

## Au Sommaire :

- Cadran solaire portable de Mayence et Ponteilla
- Tache lumineuse par réflexion sur un miroir circulaire (II)

### ● Histoire

Mario Tebenghi, gnomoniste d'autrefois  
Un canoïal du XXI<sup>e</sup> siècle expertisé !  
Un antique horologue, astronome, scribe  
(14<sup>e</sup> s. av. J.-C.)

### ● Réalisations

Équinoxial et calculateur de marée (XVI<sup>e</sup> siècle)  
Cadran solaire à style en cylindre spiralé

### ● Études

La bague-astrolabe du Pape Alexandre VI  
Cadran solaire à réfraction  
Cadran déclinant incliné en coordonnées polaires

### ● Pratique

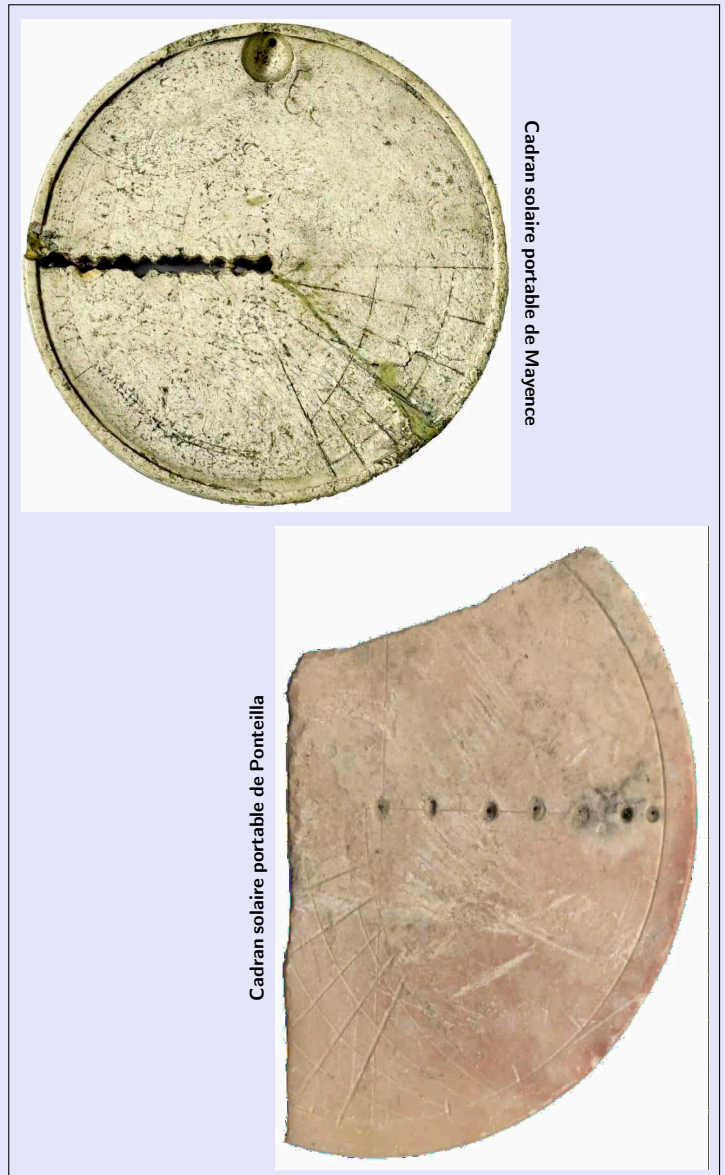
Déclinaison et inclinaison d'un cadran  
Éclaircissement d'un cadran solaire  
Équation du Temps et années bissextiles  
Équation du temps ... sans le temps  
Projection stéréographique et ensoleillement

### ● Espace débutants

Les outils numériques du gnomoniste

### ● Informations

Restauration de cadrans, nouveaux cadrans et dernières réalisations  
Documents et logiciels  
Questions/réponses gnomoniques  
Sociétés étrangères



**Software : typography**

T<sub>E</sub>X and  $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -T<sub>E</sub>X are trademarks of the American Mathematical Society.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X is a program whose copyright belongs to Leslie Lamport.

Copyright © 2020 by C.C.S.  
(Société Astronomique de France)  
*Première édition, Octobre 2020.*



All inquiries should be addressed to :  
Philippe SAUVAGEOT  
Président de la Commission des Cadrans Solaires.  
[sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)  
&  
Dominique COLLIN  
[dominique.collin007@gmail.com](mailto:dominique.collin007@gmail.com)

24 octobre 2020. Build n° 1.0.216 [298-760].



## Commission des Cadres Solaires

[www.commission-cadran-solaires.fr/](http://www.commission-cadran-solaires.fr/)

La **Commission des Cadres Solaires** de la **Société Astronomique de France** effectue des recherches, des travaux théoriques et pratiques concernant les gnomons, cadrans solaires, méridiennes, astrolabes, nocturlabes et autres dispositifs permettant de mesurer le temps à partir de la position du soleil, de la lune ou des étoiles. Elle publie, donne et reçoit des informations au niveau international, sur l'histoire des cadrans, leurs devises, leur construction et la littérature qui leur est consacrée. Elle participe à la sauvegarde du patrimoine gnomonique français. Elle comprend environ 300 membres du néophyte à l'expert.

### La Commission des Cadres Solaires c'est :

- deux réunions annuelles en province et à Paris (ou banlieue).
- la publication de la revue *Cadran Info*, en mai et en octobre.
- la publication en octobre de chaque année des inventaires (France et étrangers) des cadrans solaires, astrolabes, nocturlabes.
- un accès aux études, livres numérisés, logiciels (liste des offres, liste des articles parus dans *Cadran Info*, sur demande).
- de l'information tout au long de l'année par de nombreux envois de courriels.

### Pour nous rejoindre :

- Si vous êtes membre de la Société Astronomique de France, il suffit de demander l'inscription à la Commission des Cadres Solaires.
- Si vous n'êtes pas membre, inscrivez-vous à la SAF : 35 €/an pour la province et l'étranger, 50 €/an pour l'île de France.

**Contact :** [secretariat@saf-astronomie.fr](mailto:secretariat@saf-astronomie.fr)

En couverture : page 163 (folio LXVI<sup>v</sup>) de l'ouvrage numérisé *Elucidatio fabricae ususque astrolabii a Ioanne Stoflerino Iustingensi viro germano : atque totius spherice doctissimo* [...] de Johannes Stoeffler, 1513. Numérisation par les laboratoires de la BNF.

Lien permanent : [gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b531943877/f163.image.v=stoeffler](http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b531943877/f163.image.v=stoeffler)

Couleurs en page de couverture : package xcolor (option x11names) LightGoldenrod3 (code RVB {205,190,112}) et AntiqueWhite1 (code RVB {255,239,219}), puis AntiqueWhite1 pour le dos de couverture.

## Summaries in French, English, German, Spanish, Italian

Traduction de M. Lambalieu (anglais), Y. Opizzo (allemand), D. Collin (espagnol),  
R. Anselmi (italien)

### Sommaire de Cadran Info n° 42

<p><b>Cadran solaire équinoxial et calculateur de marée (XVI<sup>e</sup> siècle)</b> : Reconstitution d'un cadran à marée sous forme de calculateur circulaire.</p>		<b>Beneult Dominique</b>	<b>18</b>
<p><b>Cadran solaire à réflexion : modélisation de la tache lumineuse (II)</b> : Étude de la tache lumineuse pour un soleil non plus « ponctuel » (réf. CI 40) mais comme source lumineuse étendue.</p>		<b>Collin Dominique</b>	<b>23</b>
<p><b>Détermination de la déclinaison et de l'inclinaison d'un cadran</b> : Méthode de la mesure de la position de l'ombre de l'extrémité d'un gnomon droit.</p>		<b>Gagnaire Henri</b>	<b>41</b>
<p><b>La bague-astrolabe du Pape Alexandre VI (fin du XV<sup>e</sup> siècle)</b> : À partir d'une traduction d'un ouvrage de 1492 signé par Bonet de Lattès (1450–1514) et d'une illustration présente dans les premières éditions (avant 1500), on propose ici un essai de reconstitution de la bague-astrolabe qu'il a offert au pape Alexandre VI. Pour réussir la miniaturisation de l'instrument, l'auteur a introduit un certain nombre de variantes par rapport aux astrolabes classiques. Elles sont décrites et analysées. Dans le livre lui-même, les fonctions gnomoniques de l'instrument sont éclipsées par celles à connotation astrologique.</p>		<b>Mercier Éric</b>	<b>45</b>
<p><b>Mario Tebenghi, gnomoniste d'autrefois, la vie et les œuvres</b> : Cet article est un hommage à Mario Tebenghi, l'artiste piémontais très prolifique récemment décédé et qui a beaucoup contribué à la renaissance moderne de la gnomonique, de la part de deux amis et collaborateurs dans certaines réalisations gnomoniques. Il a aussi le but d'offrir à ceux qui n'ont pas eu l'occasion de le rencontrer de connaître sa personnalité et une partie de ses nombreuses réalisations.</p>		<b>Mesturini Giorgio</b>	<b>59</b>
<p><b>Calcul de l'éclairement d'un cadran solaire</b> : Tout projet de réalisation d'un cadran solaire comprend la question : quand le cadran portera-t-il une ombre à une date donnée ? Est présenté ici un « tableur » donnant réponse à cette question.</p>	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>69</b>
<p><b>Équation du Temps et années bissextiles</b> : La conversion de l'heure, indiquée par un cadran solaire classique, implique en général l'intégration des valeurs de « l'équation du temps » pour être convertie en heure de la montre. Mais quelle est l'influence du cycle des années bissextiles dans ces valeurs ? Un « tableur » propose de la calculer.</p>	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>71</b>
<p><b>Outils numériques pour cadrans solaires</b> : Rappel d'outils numériques à disposition du gnomoniste depuis la compréhension des principes de base du fonctionnement des cadrans solaires aux étapes de conception et de vérification de ceux-ci.</p>	▷	<b>Sauvageot Philippe</b>	<b>75</b>
<p><b>Les cadrans solaires à réfraction</b> : Application du phénomène de réfraction, (déviation de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre), à des cadrans solaires.</p>		<b>Savoie Denis</b>	<b>92</b>

Suite page suivante ...

... Suite de la page précédente

**Les cadrans solaires portables antiques de Mayence et de**

**Ponteilla :** Étude du tracé de deux cadrans de hauteur antiques : l'un découvert à Mayence en 1875 et l'autre à Ponteilla (Pyrénées Orientales) en 1980. Ces deux cadrans se ressemblent beaucoup et leur fonctionnement reste problématique.

Savoie Denis 100

**Un canonial du XXI<sup>e</sup> siècle expertisé !** M. Denis Schneider, après avoir vérifié que le « canonial » du bois de Guédelon n'était pas apocryphe, étudie des cadrans canoniaux où lignes canoniales et lignes temporelles se côtoient également dans une étonnante variété.

Schneider Denis 118

**Ancêtres horologues, mesureurs du temps (II) :** Nakht (XV-XIV<sup>e</sup> avant JC) ; Harkhebi (-300 ans) ; Tetiânkh (XVI<sup>e</sup> avant J-C).

Scordia Jean 124

**Cadran déclinant incliné complet en coordonnées polaires :**

Cet article s'adresse à ceux qui ont une bonne connaissance pratique des cadrans solaires et désireraient en implémenter eux-mêmes les calculs. C'est une feuille de route où ne seront présentées que les grandeurs nécessaires aux tracés des droites horaires, des courbes diurnes (hyperboles), de l'équation du temps, et au report de reliefs et obstacles (toit ...)

Vincent Gilbert 132

**Projection stéréographique et ensoleillement d'un cadran solaire plan, déclinant et incliné :** La projection stéréographique permet de situer aisément le soleil par rapport au paysage local et au plan d'un cadran solaire. Elle met à notre disposition un véritable diagramme d'ensoleillement de ce dernier.

Vincent Gilbert 138

**L'équation du temps ... sans le temps :** Nous proposons ici un calcul simple de l'équation du temps, basé directement sur sa définition, qui trouve toute son utilité pour les cadrans lorsqu'il n'est pas nécessaire de porter explicitement la date sur le tracé.

Vincent Gilbert 148

**Un escargot pour rattraper l'heure — Cadran solaire à style en cylindre spiralé :**

Nous présentons ici la conception d'un cadran solaire polaire, dont l'affichage coïncide avec l'heure légale grâce à l'ajustement d'une pièce centrale en forme de spirale, qui tient lieu de style. Les variations saisonnières de la course apparente du soleil dans le ciel (équation du temps) peuvent ainsi être corrigées. L'ombre de la spirale sur la table des heures, ou plus précisément la limite entre ombre et lumière, offre ainsi une lecture directe de l'heure civile.

Zweifel Yves 153

**Informations diverses :**

- ♣ Dernières réalisations ou découvertes de cadrans :
  - *Cadrans solaires : tracé des heures babyloniennes et italiennes pour un cadran horizontal* par Alix Brigitte.
  - *Restauration du bloc gnomonique de Notre-Dame de Longefont à Oulches (36 800)* par Cura Bernard.
  - *Réalisations d'un cadran solaire à St-Michel-l'Observatoire* par Souchu Laurent.
  - *Un cadran à Beaucamps-Ligny* par Christian Druon.
  - *Reportage sur la fin de vie d'un cadran solaire place Albert à Guillestre (05)* par Lalos Michel.



**Contributeurs :**  
 Alexandre F., Alix B.,  
 Cura B., Doriot G.,  
 Druon C.,  
 Gagnaire P.,  
 Gahon C., Lalos M.,  
 Lambalieu M.,  
 Sauvageot P.,  
 Souchu L., Turpin M.,  
 Vincent G. &  
 Grastica G.,  
 Vincent G. 159

Suite page suivante ...

- ♣ Les cadrans de Claude Gahon :
  - Pôle Nord (C86).
  - Récréation (C87).
  - Pivert (C89).
- ♣ Lettres/courriels gnomoniques :
  - Cadrans de Saint-Sever (Landes), par *Turpin Monique*.
  - Remarques et précisions sur les variations de l'Equation du Temps. Article publié dans CI 41 par *Vincent Gilbert & Grasic GUY*.
  - Affichage numérique d'informations horaires à partir des signaux GPS par *Druon Christian*.
  - Présentation d'un livret d'une quarantaine de page concernant les cadrans solaires de la vallée de l'Ubaye par *Alexandre Françoise*.
  - Description d'un astrolabe de Abd al a Immah (circa 1632). Les principes, équations et racés de l'astrolabe. Quelques usages de l'instrument par *Doriot Guy*.
  - Impression en 3D et cadrans solaires par *Lambalieu Michel*.
  - Cadran solaire de Clavas par *Gagnaire Paul*.
  - Passage d'un astre dans un plan par *Vincent Gilbert*.
- ♣ Les derniers livres :
  - « Astrolabes », Delalande, Paris, 2020.
  - « Sabliers d'autrefois », Delalande, Paris, 2015.
  - « Cadrans Solaires », Delalande, Paris, 2013.
- ♣ Gnomonique du monde.
  - Liste des revues et sommaires.



**Contributeurs :**  
**Alexandre F., Alix B.,**  
**Cura B., Doriot G.,**  
**Druon C.,**  
**Gagnaire P.,**  
**Gahon C., Lalos M.,**  
**Lambalieu M.,**  
**Sauvageot P.,**  
**Souchu L., Turpin M.,**  
**Vincent G. &**  
**Grasica G.,**  
**Vincent G.**

159

### En version numérique :

- dans le « sommaire.pdf », hyperliens à partir des titres vers les fichiers en .pdf;
- le symbole ▷ indique que l'article est complété par une étude détaillée ou un logiciel ou d'autres documents dans le dossier « annexes ».



### Contents of Cadran Info n° 42



**Equinoctial sundial and tide calculation (XVI<sup>th</sup> century) :**  
 Replica of a tide dial as circular calculator.

**Beneult Dominique**      **18**

**Reflective sundial : representation of the luminous spot (II) :**  
 Study of the sun luminous spot no longer as a point (cf. CI 40) but as a luminous spread source.

**Collin Dominique**      **23**

Continued on next page ...

... Continued from previous page

<b>Determination of declining and inclined sundial :</b> Method for measuring the end straight gnomon shadow position.		<b>Gagnaire Henri</b>	<b>41</b>
<b>Alexandre VI pope's astrolabe-ring (end XV<sup>th</sup> century) :</b> Starting from the translation of Bonet de Lattès (1450–1614)'s work and from the drawing found in the first editions(before 1500). It is suggested here a reconstitution trial of the astrolabe-ring he offered to the Pope. In order to success to obtain a miniature instrument, the author has introduced several modifications compared to classical astrolabes. They are describer and analyzed. In the book itself, gnomonic functions are replaced by astrological ones.		<b>Mercier Éric</b>	<b>45</b>
<b>Mario Tebenghi, The life and works of this past gnomonist :</b> This article is a paid homage to Mario Tebenghi, very prolific artist from Piemont, who recently died and who deeply contributed to modern gnomonic rebirth, from two friends and collaborators. The aim is also to offer to those who could not meet him to discover the personage and some works among numerous descriptions.		<b>Mesturini Giorgio</b>	<b>59</b>
<b>Computation of a sundial enlightening :</b> Each sundial builder raises this question : when a shadow will be given by a sundial for a given date ? A table is given here which answers the question.	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>69</b>
<b>Time equation and leap year :</b> Classical sundial hour conversion needs often time equation to get the watch hour. But what is the influence of leap years in this determination ? This table answers the question.	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>71</b>
<b>Numerical tools for sundials :</b> Recall of numerical tools that a gnomonist can use from understanding sundials basic principles to their concept and final checking.	▷	<b>Sauvageot Philippe</b>	<b>75</b>
<b>Refractive sundials :</b> Refractive phenomena application (light deviation when crossing different transparent media)		<b>Savoie Denis</b>	<b>92</b>
<b>Mayence and Ponteilla antic portable sundials :</b> Study of two antic height sundials sketch. One found at Mayence ( in1875) the other at Ponteilla (Oriental Pyrénée) in 1930. Those two are very similar and their functioning very odd.		<b>Savoie Denis</b>	<b>100</b>
<b>XX<sup>th</sup> century verified canonical dial :</b> After have found that the Guédelon wood canonical dial is not apocryphal, Guy Schneider investigates canonical dials where canonical lines and temporal ones are together present in an astonishing variety.		<b>Schneider Denis</b>	<b>118</b>
<b>Ancient horologists time measurers (II) :</b> Nakht(XV-XIV <sup>th</sup> BC), Harkhebi(−300 years), Tetânkh(XVI <sup>th</sup> BC).		<b>Scordia Jean</b>	<b>124</b>
<b>Complete inclined sundial in polar coordinates :</b> This article is attended for those with sundials good knowledge who wants to calculate them.		<b>Vincent Gilbert</b>	<b>132</b>
<b>Stereographic projection and enlightenment of a declining inclined plan sundial :</b> Stereographic projection enables someone to easily locate sun in the landscape and the sundial level. This enables a real enlightening determination for the sundial.		<b>Vincent Gilbert</b>	<b>138</b>

Continued on next page ...

... Continued from previous page

---

<p><b>time equation without time :</b> Here is offered a simple time calculation based only on its definition when date writing is not necessary on the drawing.</p>	<p>Vincent Gilbert</p>	<p>148</p>
--	------------------------	------------

---

<p><b>a snail to hour catch up — a sundial with cylindrical spiral style :</b> Here is shown a polar sundial which display coincides with the legal time thanks to an adjustment of a spiral shape central piece.</p>	<p>Zweifel Yves</p>	<p>153</p>
---	---------------------	------------

---

**Miscellaneous information :**

- ♣ last sundials makings or discoveries :
  - *Babylonians and Italians hours drawings on an horizontal sundial* by Alix Brigitte.
  - *Notre-Dame de Longfont (Oulches 36 800) gnomonical block restoration* by Cura Bernard.
  - *Making of a sundial for St-Michel-l'Observatoire* by Souchu Laurent.
  - *Beaucamps-Ligny sundial's* by Christian Druon.
  - *Sundial end of life reporting at Guillestre(05) place Albert* by Lalos Michel.
  - Claude Gahon sundials's :
    - North Pole sundial (C86).
    - Amusing sundial (C87).
    - Green woodpecker sundial (C89).
- ♣ Gnomonic mails :
  - Saint-Severs (Landes) sundials, by *Turpin Monique*.
  - Remarques et précisions sur les variations de l'Equation du Temps. Article publié dans CI 41 par *Vincent Gilbert & Grastica Guy*.
  - Affichage numérique d'informations horaires à partir des signaux GPS by *Druon Christian*.
  - Présentation d'un livret d'une quarantaine de page concernant les cadrans solaires de la vallée de l'Ubaye par *Alexandre Françoise*.
  - Description d'un astrolabe de Abd al a Immah (circa 1632). Les principes, équations et racés de l'astrolabe. Quelques usages de l'instrument by *Doriot Guy*.
  - Impression en 3D et cadrans solaires by *Lambalieu Michel*.
  - Cadran solaire de Clavas by *Gagnaire Paul*.
  - Passage d'un astre dans un plan by *Vincent Gilbert*.
- ♣ Books :
  - « Astrolabes », Delalande, Paris, 2020.
  - « Sabliers d'autrefois », Delalande, Paris, 2015.
  - « Cadrans Solaires », Delalande, Paris, 2013.
- ♣ World Gnomonic :
  - Liste des revues et sommaires.

**Contributeurs :**  
 Alexandre F., Alix B.,  
 Cura B., Doriot G.,  
 Druon C.,  
 Gagnaire P.,  
 Gahon C., Lalos M.,  
 Lambalieu M.,  
 Sauvageot P.,  
 Souchu L., Turpin M.,  
 Vincent G. &  
 Grastica G.,  
 Vincent G.



159

---

In digital version :

- In "sommaire.pdf", hyperlinks from titles to files in .pdf;



- The Symbol  $\supseteq$  indicates that the article is supplemented by a detailed study or software or other documents in the file "annexes".



## Verzeichnis von Cadran Info n° 42



<b>Äquinoktiale Sonnenuhr und Gezeitenrechner (16. Jh.)</b> : Rekonstruktion eines Gezeiten-Zifferblatts als Kreisrechner.		<b>Beneult Dominique</b>	<b>18</b>
<b>Reflektionssonnenuhr : Modellierung des Lichtflecks (II)</b> : Untersuchung des Lichtflecks für eine nicht mehr "punktuelle Sonne" (Ref. CI 40) sondern als ausgedehnte Lichtquelle.		<b>Collin Dominique</b>	<b>23</b>
<b>Bestimmung der Abweichung und Neigung eines Zifferblatts</b> : Methode der Messung des Schattenpunkts der Spitze eines geraden Gnomon.		<b>Gagnaire Henri</b>	<b>41</b>
<b>Der Astrolabium-Ring von Papst Alexander VI. (Ende 16. Jh.)</b> : Ausgehend von einer Übersetzung eines von Bonet de Lattès (1450-1514) signiertes Buch aus dem Jahr 1492 und einer Illustration in den ersten Ausgaben (vor 1500) wird hier ein Versuch zur Rekonstruktion des Astrolabiums vorgeschlagen, den er Papst Alexander VI. geschenkt hat.. Um die Miniaturisierung des Instruments erfolgreich zu gestalten, hat der Autor eine Reihe von Varianten im Vergleich zu den klassischen Astrolabs eingeführt. Sie werden beschrieben und analysiert. Im Buch selbst werden die gnomischen Funktionen des Instruments von astrologischen Funktionen überschattet.		<b>Mercier Éric</b>	<b>45</b>
<b>Mario Tebengi, Gnomonist der Vergangenheit, Leben und Werke</b> : Dieser Artikel ist eine Hommage an Mario Tebengi, der kürzlich verstorben ist, ein sehr produktiver Piemont-Künstler, der von zwei Freunden und Kollaborateuren in einigen gnomischen Leistungen einen großen Beitrag zur modernen Wiedergeburt der Gnomonik geleistet hat. Er hat auch das Ziel, diejenigen, die nicht die Gelegenheit hatten, ihn zu treffen, zu bieten, seine Persönlichkeit und einen Teil seiner zahlreichen Leistungen zu kennen.		<b>Mesturini Giorgio</b>	<b>59</b>
<b>Berechnung der Beleuchtung einer Sonnenuhr</b> : Jedes Projekt zur Realisierung einer Sonnenuhr enthält die Frage : Wann wird das Zifferblatt zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Schatten bekommen ? Hier wird ein "Tabellenblatt" vorgestellt, das diese Frage beantwortet.	$\supseteq$	<b>Reymann Francis</b>	<b>69</b>
<b>Zeitgleichung und Schaltjahren</b> : Die Zeitumrechnung, die von einer klassischen Sonnenuhr angegeben wird, beinhaltet in der Regel die Integration der Werte der "Zeitgleichung", um in die Armbanduhrzeit umgewandelt zu werden. Aber welchen Einfluss hat der Schaltjahre Zyklus auf diese Werte? Eine "Tabelle" schlägt vor, sie zu berechnen.	$\supseteq$	<b>Reymann Francis</b>	<b>71</b>
<b>Digitale Werkzeuge für Sonnenuhren</b> : Erinnerung an digitale Werkzeuge, die dem Gnomonisten zur Verfügung stehen, ab die Grundprinzipien der Sonnenuhren Funktionen bis die Planungs – und Verifikationsschritten der Sonnenuhren.	$\supseteq$	<b>Sauvageot Philippe</b>	<b>75</b>

Fortsetzung auf der nächsten Seite . . .

... Fortsetzung von vorheriger Seite

<b>Die Refraktionssonenuhren :</b> Anwendung des Brechungsphänomens (Umleitung des Lichts, wenn es von einem transparenten Medium in ein anderes wechselt), auf Sonenuhren.	<b>Savoie Denis</b>	<b>92</b>
<b>Die antiken tragbaren Sonenuhren von Mainz und Ponteilla :</b> Untersuchung der Zeichnung von zwei antiken Zifferblättern : eines 1875 in Mainz und das andere in Ponteilla (Pyrénées Orientales) im Jahr 1980 entdeckte Sonenuhren. Diese beiden Zifferblätter sind sich sehr ähnlich und ihre Funktionsweise bleibt problematisch.	<b>Savoie Denis</b>	<b>100</b>
<b>Eine expertisierte Kanonische Sonenuhr des 21. Jh. :</b> Denis Schneider, nachdem er geprüft hat, dass die "Kanoniale" des Guédelon Waldes nicht apokryph war, studiert kanonische Zifferblätter, in denen auch kanoniale Linien und Zeitlinien in einer erstaunlichen Vielfalt nebeneinander stehen.	<b>Schneider Denis</b>	<b>118</b>
<b>Vorfahren von Horologen, Zeitmessoren (II) :</b> Nakht (15.–16. Jh. vor J.C.) ; Harkhebi (–300) ; Tetiānkh (16. Vor J.C.),	<b>Scordia Jean</b>	<b>124</b>
<b>Deklinierende-inklinierte Sonenuhr in Polaren Koordinaten :</b> Dieser Artikel richtet sich an diejenigen, die gute praktische Kenntnisse der Sonenuhren haben und die Berechnungen selbst machen möchten. Es handelt sich um ein Hilfsblatt, in dem nur die Größen dargestellt werden, die für die Zeichnungen der Zeitlinien, der Tageskurven (Hyperbelkurven), der Zeitgleichung und die Verschiebung von Reliefs und Hindernissen (Dach. . .) erforderlich sind.	<b>Vincent Gilbert</b>	<b>132</b>
<b>Stereographische Projektion und Sonneneinstrahlung einer flachen, deklinierten und geneigten Sonenuhr :</b> Die stereographische Projektion ermöglicht es, die Sonne im Vergleich zur lokalen Landschaft und zur Ebene einer Sonenuhr leicht zu lokalisieren. Sie stellt uns ein echtes Sonneneinstrahlungsdiagramm zur Verfügung.	<b>Vincent Gilbert</b>	<b>138</b>
<b>Die Zeitgleichung... ohne die Zeit :</b> Wir schlagen hier eine einfache Berechnung der Zeitgleichung vor, die sich direkt auf ihre Definition stützt und die für die Zifferblätter nützlich ist, wenn das Datum nicht explizit auf die Strecke zu tragen ist.	<b>Vincent Gilbert</b>	<b>148</b>
<b>Eine Schnecke, um die Zeit einzuholen — Sonenuhr mit spiralförmigem Zylinder-Zeiger.</b> Wir stellen hier die Gestaltung einer Polar-Sonenuhr vor, deren Anzeige mit der gesetzlichen Zeit durch die Anpassung eines spiralförmigen Zentralteils übereinstimmt, das an die Stelle des Zeigers tritt. Die saisonalen Schwankungen des scheinbaren Laufs der Sonne in den Himmel (Zeitgleichung) können so korrigiert werden. Der Schatten der Spirale auf dem Stundenblatt, genauer gesagt, die Grenze zwischen Schatten und Licht, bietet somit eine direkte Lesung der Zivilzeit	<b>Zweifel Yves</b>	<b>153</b>

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

**Informations diverses :**

- ♣ Neueste Leistungen oder Entdeckungen von Zifferblättern :
  - *Sonnenuhren : Zeichnung der babylonischen und italienischen Stunden für ein horizontales Zifferblatt.* — Alix Brigitte.
  - *Restaurierung des gnomischen Blocks von Notre-Dame de Longefont in Oulches (36 800)* — Cura Bernard.
  - *Ausführungen einer Sonnenuhr in St. Michel l'Observatoire* — Souchu Laurent.
  - *Ein Zifferblatt in Beaucamps-Ligny* — Christian Druon.
  - *Reportage über das Lebensende einer Sonnenuhr auf dem Albert-Platz in Guillestre (05)* — Lalos Michel.
  - Claude Gahon Sonnenuhren :
    - Nordpol (C86).
    - Pause (C87).
    - Buntspecht (C89).
- ♣ Briefe/Elbriefe :
  - Zifferblätter von Saint Sever (Landes) — *Turpin Monique.*
  - Anmerkungen und Erläuterungen zu den Schwankungen der Zeitgleichung. Artikel veröffentlicht in CI 41 — *Vincent Gilbert & Grasic GUY.* ▷
  - Digitale Anzeige von Zeitinformationen aus GPS-Signalen — *Druon Christian.*
  - Präsentation eines rund 40-seitigen Hefts über die Sonnenuhren des Ubaye-Tals — *Alexandre Françoise.*
  - Beschreibung eines Astrolabiums von Abd al a Immah (circa 1632). Die Prinzipien, Gleichungen und Zeichnungen des Astrolabiums. Einige Verwendungszwecke des Instruments. — *Doriot Guy.*
  - 3D-Druck und Sonnenuhren — *Lambalieu Michel.*
  - Sonnenuhr von Clavas — *Gagnaire Paul.*
  - Durchgang eines Sterns in einem Plan — *Vincent Gilbert.*
- ♣ Die neuesten Bücher :
  - « Astrolabes », Delalande, Paris, 2020.
  - « Sabliers d'autrefois », Delalande, Paris, 2015.
  - « Cadrans Solaires », Delalande, Paris, 2013.
- ♣ Gnomonisch der Welt.
  - Liste der Zeitschriften und Zusammenfassungen.

Mitwirkender :  
 Alexandre F.,  
 Alix B., Cura B.,  
 Doriot G.,  
 Druon C.,  
 Gagnaire P.,  
 Gahon C.,  
 Lalos M.,  
 Lambalieu M.,  
 Sauvageot P.,  
 Souchu L.,  
 Turpin M.,  
 Vincent G. &  
 Grasic G.,  
 Vincent G.

159

**In digitaler Version :**

- Im « sommaire.pdf », Hyperlinke ab den Titeln zur .pdf Dateien ;
- das Symbole ▷ zeigt an, dass dieser Artikel ergänzt wird durch eine detaillierte Studie oder Software oder andere Dokumente im Ordner "annexes".

**Sumario de Cadran Info n° 42**

<b>Reloj de sol equinoccial y calculadora de mareas (siglo XVI) :</b> Reconstrucción de un reloj de mareas en forma de calculadora circular.	<b>Beneult Dominique</b>	<b>18</b>
<b>Reloj de reflexión : modelado del punto de luz (II) :</b> Estudio del punto de luz para un sol que ya no es un punto (ref. CI 40) sino como una fuente de luz extendida.	<b>Collin Dominique</b>	<b>23</b>
<b>Determinación de la declinación e inclinación de un reloj de sol :</b> Un método para medir la posición de la sombra de la punta de un gnomon derecho.	<b>Gagnaire Henri</b>	<b>41</b>
<b>El anillo-astrolabio del Papa Alejandro VI (finales del siglo XV) :</b> De una traducción de una obra de 1492 firmada por Bonet de Lattès (1450–1514) y de una ilustración presente en las primeras ediciones (antes de 1500), proponemos aquí un intento de reconstrucción del anillo de astrolabios que ofreció al Papa Alejandro VI. Para lograr la miniaturización del instrumento, el autor introdujo una serie de variaciones sobre los astrolabios convencionales. Se describen y analizan. En el libro mismo, las funciones gnomónicas del instrumento están eclipsadas por las que tienen connotaciones astrológicas.	<b>Mercier Éric</b>	<b>45</b>
<b>Mario Tebenghi, ex gnomonista, vida y obra :</b> Este artículo es un homenaje a Mario Tebenghi, el prolífico artista piemontés fallecido recientemente y que contribuyó enormemente al renacimiento moderno de la gnomónica, en nombre de dos amigos y colaboradores en determinadas obras gnomónicas. También pretende ofrecer a quienes no han tenido la oportunidad de conocerlo conocer su personalidad y algunos de sus muchos logros.	<b>Mesturini Giorgio</b>	<b>59</b>
<b>Cálculo de la iluminación de un reloj de sol :</b> Cualquier proyecto de reloj de sol incluye la pregunta : ¿cuándo proyectará el reloj de sol una sombra en una fecha determinada? Aquí hay una hoja de cálculo que da la respuesta a esta pregunta.	▷ <b>Reymann Francis</b>	<b>69</b>
<b>Ecuación del tiempo y años bisiestos :</b> La conversión de la hora, indicada por un reloj de sol convencional, generalmente implica la integración de valores de la ecuación del tiempo para convertirlos en la hora del reloj. Pero, ¿cuál es la influencia del ciclo de los años bisiestos en estos valores? Una hoja de cálculo propone calcularlo.	▷ <b>Reymann Francis</b>	<b>71</b>
<b>Herramientas digitales para relojes de sol :</b> Recordatorio de las herramientas digitales a disposición del gnomonista desde la comprensión de los principios básicos del funcionamiento del reloj de sol hasta las etapas de diseño y verificación.	▷ <b>Sauvageot Philippe</b>	<b>75</b>
<b>Relojes de refracción :</b> Aplicación del fenómeno de la refracción (deflexión de la luz al pasar de un medio transparente a otro) a los relojes de sol.	<b>Savoie Denis</b>	<b>92</b>
<b>Los antiguos relojes portátiles de Mainz y Ponteilla :</b> Estudio de la disposición de dos relojes altos antiguos : uno descubierto en Mainz en 1875 y el otro en Ponteilla (Pirineos Orientales) en 1980. Estos dos relojes se ven muy similares y su funcionamiento sigue siendo problemático.	<b>Savoie Denis</b>	<b>100</b>

Continúa en la página siguiente . . .

... Continuación de la página anterior

<p><b>¡Un canónico experto del siglo XXI!</b> El Sr. Denis Schneider, después de haber comprobado que el canónico de la madera de Guédelon no era apócrifo, estudia los diales canónicos donde las líneas canónicas y las líneas temporales también se codean en una variedad asombrosa.</p>	<p><b>Schneider Denis</b>      <b>118</b></p>
<p><b>Antepasados horológicos, cronómetros (II) :</b> Nakht (XV-XIV AC); Harkhebi (-300 años); Tetiãkh (XVI AC).</p>	<p><b>Scordia Jean</b>      <b>124</b></p>
<p><b>Reloj descendente totalmente inclinado en coordenadas polares :</b> Este artículo está destinado a quienes tienen un buen conocimiento práctico de los relojes de sol y les gustaría implementar los cálculos por sí mismos. Es una hoja de ruta donde solo se presentarán las cantidades necesarias para los trazados de líneas horarias, curvas diurnas (hipérbolas), la ecuación del tiempo y la transferencia de relieves y obstáculos (techo ...).</p>	<p><b>Vincent Gilbert</b>      <b>132</b></p>
<p><b>Proyección estereográfica y luz solar de un reloj de sol plano, en declive e inclinado :</b> La proyección estereográfica facilita la localización del sol en relación con el paisaje local y el plano de un reloj de sol. Nos proporciona un diagrama de luz solar real de este último.</p>	<p><b>Vincent Gilbert</b>      <b>138</b></p>
<p><b>La ecuación del tiempo ... sin tiempo :</b> Aquí ofrecemos un cálculo simple de la ecuación del tiempo, basado directamente en su definición, que es útil para relojes cuando no hay necesidad de marcar explícitamente la fecha en la traza.</p>	<p><b>Vincent Gilbert</b>      <b>148</b></p>
<p><b>Un caracol para ponerse al día a tiempo — Reloj de sol estilo cilindro en espiral :</b> A continuación presentamos el diseño de un reloj polar, cuya visualización coincide con la hora legal gracias al ajuste de una parte central en forma de espiral, que ocupa el lugar del estilo. De este modo, se pueden corregir las variaciones estacionales del curso aparente del sol en el cielo (ecuación del tiempo). La sombra de la espiral sobre la mesa de horas, o más precisamente el límite entre sombra y luz, ofrece así una lectura directa del tiempo civil.</p>	<p><b>Zweifel Yves</b>      <b>153</b></p>
<p><b>Varias informaciones :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>♣ Últimos logros o descubrimientos de diales : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Relojes de sol : marcas de hora babilónicas y en cursiva para una esfera horizontal</i> por Alix Brigitte.</li> <li>• <i>Restauración del bloque gnomónico de Notre-Dame de Longefont en Oulches (36 800)</i> por Cura Bernard.</li> <li>• <i>Logros de un reloj de sol en St-Michel l'Observatoire</i> por Souchu Laurent.</li> <li>• <i>Un reloj de sol en Beaucamps-Ligny</i> por Christian Druon.</li> <li>• <i>Informe sobre el final de la vida útil de un reloj de sol en Place Albert en Guillestre (05)</i> por Lalos Michel.</li> <li>• Los relojes de sol de Claude Gahon : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Polo norte (C86).</li> <li>• Recreación (C87).</li> <li>• Pájaro carpintero (C89).</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>	<p><b>Colaboradores :</b>  <b>Alexandre F., Alix B., Cura B., Doriot G., Druon C., Gagnaire P., Gahon C., Lalos M., Lambalieu M., Sauvageot P., Souchu L., Turpin M., Vincent G. &amp; Grasic G., Vincent G.</b></p> <p style="text-align: right;"><b>159</b></p>

Continúa en la página siguiente ...

- ♣ Cartas / correos electrónicos gnomónicos :
  - Relojes de sol de San Sever (Landes), por *Turpin Monique*.
  - Comentarios y detalles sobre las variaciones de la Ecuación del Tiempo. Artículo publicado en CI 41 por *Vincent Gilbert & Grasica Guy*.
  - Visualización digital de información horaria de señales GPS por *Druon Christian*.
  - Presentación de un folleto de cuarenta páginas sobre los relojes de sol del valle de Ubaye por *Alexandre Françoise*.
  - Descripción de un astrolabio por Abd al a Immah (circa 1632). Los principios, ecuaciones y dibujo del astrolabio. Algunos usos del instrumento por *Doriot Guy*.
  - Impresión 3D y relojes de sol por *Lambalieu Michel*.
  - Reloj de sol Clavas por *Gagnaire Paul*.
  - Paso de una estrella en un plano por *Vincent Gilbert*.
- ♣ Les derniers livres :
  - « Astrolabes », Delalande, Paris, 2020.
  - « Sabliers d'autrefois », Delalande, Paris, 2015.
  - « Cadrans Solaires », Delalande, Paris, 2013.
- ♣ Gnomónico del mundo.
  - Lista de revistas y resúmenes.

Colaboradores :  
 Alexandre F., Alix  
 B., Cura B.,  
 Doriot G.,  
 Druon C.,  
 Gagnaire P.,  
 Gahon C.,  
 Lalos M.,  
 Lambalieu M.,  
 Sauvageot P.,  
 Souchu L.,  
 Turpin M.,  
 Vincent G. &  
 Grasica G.,  
 Vincent G.

159

### En versión numérica :

- en el « sommaire.pdf », hipervínculos a partir de los títulos hacia los archivos en .pdf ;
- el símbolo  $\triangleright$  indica que el artículo es completado por un estudio detallado o un programa informático o de otros documentos en el archivo « anexa ».



## Sommario di Cadran Info n° 42



**Orologio solare equinoziale e calcolatore delle maree (XVI secolo)** : Ricostruzione di un quadrante delle maree sotto forma di un calcolatore circolare.

Beneult  
Dominique

18

**Orologio solare a riflessione : modellazione del punto luminoso (II)** : Studio del punto luminoso per un sole non più "puntiforme" (rif. CI 40) ma come sorgente luminosa estesa.

Collin Dominique

23

**Determinazione della declinazione e dell'inclinazione di una meridiana** : metodo di misurazione dalla posizione dell'ombra della punta di un ortostilo.

Gagnaire Henri

41

Continua alla pagina successiva ...

... Continua dalla pagina precedente

<b>L'anello-astrolabio di papa Alessandro VI (fine del XV secolo)</b> : Da una traduzione di un'opera del 1492 firmata da Bonet de Lattès (1450-1514) e da un'illustrazione presente nelle prime edizioni (prima del 1500), proponiamo qui un tentativo di ricostruire l'anello-astrolabio che egli offrì a papa Alessandro VI. Per miniaturizzare con successo lo strumento, l'autore ha introdotto una serie di varianti sugli astrolabi convenzionali. Vengono descritte e analizzate. Nel libro stesso, le funzioni gnomoniche dello strumento sono eclissate da quelle con connotazioni astrologiche.		<b>Mercier Éric</b>	<b>45</b>
<b>Mario Tebenghi, gnomonista d'altri tempi, la vita e le opere</b> : questo articolo è un omaggio a Mario Tebenghi, il prolifico artista piemontese recentemente scomparso che ha contribuito molto alla rinascita moderna della gnomonica, da parte di due amici e collaboratori in alcune realizzazioni gnomoniche. Mira anche a offrire a coloro che non hanno avuto l'opportunità di incontrarlo di conoscere la sua personalità e alcune delle sue numerose realizzazioni.		<b>Mesturini Giorgio</b>	<b>59</b>
<b>Calcolo dell'illuminazione di una meridiana</b> : ogni progetto di meridiana include la domanda : quando la meridiana proietterà un'ombra in una determinata data? Qui è presentato un "foglio di calcolo" che fornisce la risposta a questa domanda.	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>69</b>
<b>Equazione del tempo e anni bisestili</b> : La conversione dell'ora, indicata da una meridiana classica, comporta generalmente l'integrazione dei valori della " "equazione del tempo" "per essere trasformata in ora dell'orologio. Ma qual è l'influenza del ciclo dell'anno bisestile su questi valori? Un "foglio di calcolo" propone di calcolarla.	▷	<b>Reymann Francis</b>	<b>71</b>
<b>Strumenti digitali per meridiane</b> : promemoria degli strumenti digitali a disposizione dello gnomonista dalla comprensione dei principi di base del funzionamento dell'orologio solare alle fasi di progettazione e verifica di questi.	▷	<b>Sauvageot Philippe</b>	<b>75</b>
<b>Orologi solari a rifrazione</b> : Applicazione del fenomeno della rifrazione (deflessione della luce al passaggio da un mezzo trasparente ad un altro), agli orologi solari.		<b>Savoie Denis</b>	<b>92</b>
<b>Le antiche meridiane portatili di Magonza e Ponteilla</b> : Studio della disposizione di due antichi quadranti d'altezza : uno scoperta a Magonza nel 1875 e l'altro a Ponteilla (Pirenei orientali) nel 1980. Questi due quadranti sono molto simili e il loro il funzionamento rimane problematico.		<b>Savoie Denis</b>	<b>100</b>
<b>Un canoniale del XXI secolo specializzato!</b> M. Denis Schneider, dopo aver verificato che il "capitolo canonico" del Bois de Guédelon non era apocrifo, studia i quadranti canonici dove anche le linee canoniche e le linee temporali si affiancano in una varietà sorprendente.		<b>Schneider Denis</b>	<b>118</b>
<b>Antenati dell'orologeria, misuratori del tempo (II)</b> : Nakht (XV-XIV a.C.); Harkhebi (-300 anni); Tetiânkh (XVI a.C.),		<b>Scordia Jean</b>	<b>124</b>

Continua alla pagina successiva ...

... Continua dalla pagina precedente

**Orologio solare declinante completamente inclinato in coordinate polari :**

Questo articolo è destinato a coloro che hanno una buona conoscenza operativa degli orologi solari e desiderano implementare i calcoli da soli. Si tratta di una tabella di marcia in cui verranno presentate solo le variabili necessarie per i grafici di linee orarie, curve diurne (iperboli), l'equazione del tempo e il trasferimento di rilievi e ostacoli (tetto...).

Vincent Gilbert 132

**Proiezione stereografica e luce solare di una meridiana piana, declinante e inclinata :**

La proiezione stereografica facilita la localizzazione del sole in relazione al paesaggio locale e al piano di una meridiana. Ci fornisce un vero diagramma solare di quest'ultimo ".

Vincent Gilbert 138

**L'equazione del tempo ... senza il tempo :** Offriamo qui un semplice calcolo dell'equazione del tempo, basato direttamente sulla sua definizione, utile per i quadranti quando non è necessario riportare esplicitamente la data sul tracciato.

Vincent Gilbert 148

**Una chiocciola per recuperare il tempo — Orologio solare cilindrico a spirale :**

Qui presentiamo il design di un orologio solare polare, la cui visualizzazione coincide con l'ora legale grazie alla regolazione di un pezzo centrale a forma di spirale, che prende il posto dello stilo. È così possibile correggere le variazioni stagionali del corso apparente del sole nel cielo (equazione del tempo). L'ombra della spirale sulla tavola delle ore, o più precisamente il limite tra ombra e luce, offre così una lettura diretta del tempo civile "

Zweifel Yves 153

**Informazioni varie :**

♣ Ultimi risultati o scoperte di quadranti :

- *Meridiane : indici babilonici e corsivi delle ore per un quadrante orizzontale*, Alix Brigitte.
- *Restauro del blocco gnomonico di Notre-Dame de Longefont a Oulches (36 800)*, Cura Bernard.
- *Realizzazioni di una meridiana a St Michel l'Observatoire*, Souchu Laurent.
- *Una meridiana a Beaucamps-Ligny*, Christian Druon.
- *Rapporto sulla fine della vita di una meridiana in Place Albert a Guillestre (05)*, Lalos Michel.
- Quadranti originali di Cl. Gahon :
  - Polo Nord (C86).
  - Récréation (C87).
  - Pivert (C89).



**Contributeurs :**  
 Alexandre F., Alix B.,  
 Cura B., Doriot G.,  
 Druon C., Gagnaire P.,  
 Gahon C., Lalos M.,  
 Lambalieu M., Sauvageot P.,  
 Souchu L., Turpin M.,  
 Vincent G. & Grastica G.,  
 Vincent G.

159

Continua alla pagina successiva ...



♣ Lettere / email gnomoniche :

- Orologi solari di Saint Sever (Landes), *Turpin Monique*.
- Commenti e precisazioni sulle variazioni dell'equazione del tempo. Articolo pubblicato su CI 41, *Vincent Gilbert & Grasica Guy*.
- Visualizzazione digitale delle informazioni orarie dai segnali GPS, *Druon Christian*.
- Presentazione di un libretto di una quarantina di pagine riguardante le meridiane della valle dell'Ubaye, *Alexandre Françoise*.
- Descrizione di un astrolabio da ABD AL A IMMAYH (circa 1632). I principi, le equazioni e le caratteristiche dell'astrolabio. Alcuni usi dello strumento, *Doriot Guy*.
- Stampa 3D e meridiane, *Lambalieu Michel*.
- Meridiana di Clavas, *Gagnaire Paul*.
- Passaggio di una stella in un piano, *Vincent Gilbert*.

♣ Libri :

- « Astrolabes », Delalande, Paris, 2020.
- « Sabliers d'autrefois », Delalande, Paris, 2015.
- « Cadran Solaires », Delalande, Paris, 2013.

♣ Gnomonici del mondo.

- Elenco delle riviste e sommario.

**Contributeurs :**  
**Alexandre F., Alix B., Cura B., Doriot G., Druon C., Gagnaire P., Gahon C., Lalos M., Lambalieu M., Sauvageot P., Souchu L., Turpin M., Vincent G. & Grasica G., Vincent G.**



159

Nella versione digitale :

- Nel "summary.pdf", collegamenti ipertestuali dai titoli ai file .pdf;
- Il simbolo  $\geq$  indica che l'articolo è completato da uno studio dettagliato o da un software o altri documenti nella cartella "allegati".



---

## Cadran solaire équinoxial et calculateur de marée (XVI<sup>e</sup> siècle)

par Dominique Beneult

---

*Il n'est pas apparu de progrès dans les prédictions de marée entre le VIII<sup>e</sup> et le XV<sup>e</sup> siècle, mais l'introduction du cadran universel (équinoxial ou équatorial) a certainement permis d'améliorer la mesure de la constante locale, l'établissement du port, indispensable au calcul de prévision. Ce cadran apparaît sur un manuel de navigation destiné aux capitaines et pilotes des navires, décrit et dessiné par Martin Cortes de Albarca, « Breve Compendio de la Sphera y de la Arte de Navegar, con nuevos instrumentos y reglas. . . », 1551 et dans les ouvrages postérieurs par exemple celui de William Bourne, « A Regiment for the Sea », 1574.*

Bède le Vénérable, moine bénédictin anglais, a énoncé dès le huitième siècle les règles pratiques pour prédire les marées sur les côtes de l'Europe (marées semi-diurnes).

Ses observations lui ont montré que la Lune est le « Directeur des marées » et que l'heure de la pleine mer est le résultat de l'addition de deux quantités (temps) :

- a) L'établissement du lieu (du port), qui est une constante du lieu. C'est le retard de la pleine mer sur le passage de la lune au méridien du lieu les jours de Nouvelle Lune ou de Pleine Lune (exprimé en heures).
- b) Le retard cumulé de la Lune sur le Soleil après la Nouvelle Lune ; il est de  $\frac{4}{5}$  heures = 48 minutes par jour (Valeur moyenne). À un jour donné, ce retard cumulé est donc :  $\frac{4}{5} \text{ h} \times \text{Âge de la Lune}$  (exprimé en jours).  
L'heure de la pleine mer ce jour est donc (modulo 12 heures) = Etablissement +  $(\frac{4}{5} \text{ h} \times \text{Âge de la Lune})$  — Il s'agit bien sûr d'heure vraie puisque l'établissement est mesuré en heure vraie.

Cette méthode approchée mais suffisante a été utilisée jusqu'au XVII<sup>e</sup> siècle. Elle nécessite la mesure de l'établissement du port, sur place, au moyen d'un cadran solaire, et la connaissance de l'âge de la Lune que l'on peut obtenir soit de l'observation de la Nouvelle Lune ou de la Pleine Lune, soit dans un almanach.

L'exploitation des données peut se faire par le calcul, par une table (première table de marées au pont de Londres établie par le moine John de Wallingford au milieu du XIII<sup>e</sup> siècle.) Ou bien par un calculateur circulaire tel que celui que j'ai présenté ci-dessous.

Les calculateurs circulaires de marées apparaissent à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle, ajoutés aux astrolabes ou sous la forme de volvelles sur papier, copiées à la main ou imprimées.

## 1 Reconstruction

Sources :

- ♣ Association ASSP Rouen : [assprouen.free.fr/](http://assprouen.free.fr/). « Mettre en valeur le patrimoine scientifique haut-normand, et particulièrement celui qui concerne les mathématiques appliquées des 16<sup>e</sup>, 17<sup>e</sup> et 18<sup>e</sup> siècles ».
- ♣ Bede le Vénérable, *The Reckoning of Time translated with introduction, notes and commentary* by Faith Wallis, Liverpool University Press, 1999.
- ♣ Bochaca Michel et Moal Laurence, *Le Grand Routier de Pierre Garcie dit Ferrande*, Presses Universitaires de Renne, 2019.
- ♣ Bourne William, *A Regiment for the Sea*, 1574, Hakluyt Society, Cambridge, 1963.
- ♣ Brouscon G., *Manuel de pilotage, à l'usage des pilotes bretons*, vers 1545, Bnf Gallica : [gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b55002488s/fl.item](http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b55002488s/fl.item)  
[gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b55002488s/fl.item](http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b55002488s/fl.item)
- ♣ Gardiner Julie (dir.), *Before the Mast : life and death aboard the « Mary Rose »*, vol. 4, Portsmouth, Mary Rose Trust, 2005.
- ♣ Garcie dit Ferrande Pierre, *Le Grand routier, pillotage et encrage de mer, tant des parties de France, ...* (1483-4) imprimé en 1520.
- ♣ Waters David W., *The Art of Navigation in England, in Elizabethan and early Stuart times*, London, Hollois and Carter 1958.

## 2 Fonctions classiques



FIGURE 1 – Midi Vrai à Portbail le 7/6/2020.

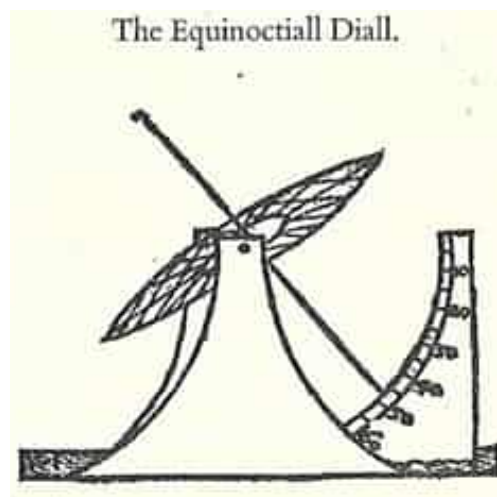


FIGURE 2 – Equinoctiall dial, Willam Bourne, *A Regiment for the Sea*, 1574.

Le cadran que j'ai reconstitué offre les fonctions habituelles d'un cadran équinoxial ou équatorial universel (cf. fig. 3), c'est-à-dire qu'il peut donner l'heure vraie en tous lieux, l'angle du gnomon est réglable selon la latitude, et une des deux faces de la table est toujours éclairée (la face inférieure n'a pas été tracée, mais il suffit de retourner la table).



FIGURE 3 – Réglage de la latitude.

Il permet donc de déterminer l'établissement du port, qui est une constante locale, en relevant l'heure indiquée par l'ombre à l'instant d'une des pleines mers du jour de la Nouvelle Lune (syzygie). Ce jour-là, la Lune et le Soleil ont des angles horaires égaux ou très proches, on peut donc obtenir le même résultat en utilisant l'ombre de la Lune (si visible). Comme les marins et les pilotes de l'époque étaient peu instruits et peu familiers avec l'heure des horloges, ils avaient coutume, au lieu de l'heure, de noter la direction lue sur une rose de compas servant de cadran de l'horloge. J'ai emprunté cette très belle rose des vents à G. Brouscon, *Manuel de pilotage, à l'usage des pilotes bretons*, vers 1545, Bnf Gallica. Par exemple pour la Baie des Veys ils notaient : Gués de Vire, pleine mer Lune au Sud-Est, c'est ce que donne la lecture du cadran / rose pour la pleine mer ; ce n'est valable que le jour de la Nouvelle Lune et c'est une valeur modulo 12 heures. On aurait pu écrire : Sud-Est et Nord-Ouest, ou bien 9 h et 21 h.

### 3 Fonctions pédagogiques

Un tel cadran est une représentation simplifiée de la sphère locale, elle-même représentation de la sphère terrestre ; la table est le plan équinoxial, et le gnomon est la ligne des pôles ou axe du monde.

Les angles horaires sont conservés, et nous pouvons représenter les positions relatives de la Lune et du Soleil au cours d'une Lunaison : Nouvelle Lune, Pleine Lune, 1<sup>er</sup> et Dernier quartier, par exemple au moment où le soleil passe au méridien supérieur.



FIGURE 4 – Soleil et lune en quadrature.



FIGURE 5 – Soleil et Lune en opposition = Pleine Lune.

## 4 Fonction de calculateur de marées

Je remplace le curseur portant la Lune par un curseur circulaire portant l'âge de la Lune de 1 à 29,5 jours, et je place son index sur l'heure de l'établissement du port. Exemple : Portbail, 6 h ou Est.



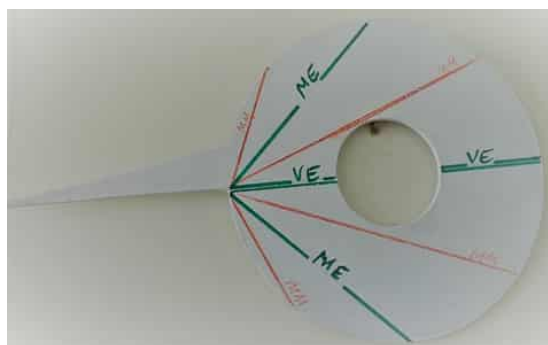
(a) Curseur indiquant la lunaison et l'établissement



(b)

**FIGURE 6**

J'installe un deuxième curseur rotatif (fig. 7) que je positionne sur l'âge de la Lune ; aujourd'hui 7 Juin 2020 = âge 17 jours (Nouvelle Lune le 22 Mai 2020) ; il indique l'heure de la pleine mer à Portbail le 7 Juin 2020 (Heure vraie) : 07 h 30 min (fig. 8).



**FIGURE 7** – Curseur de l'heure de marée.

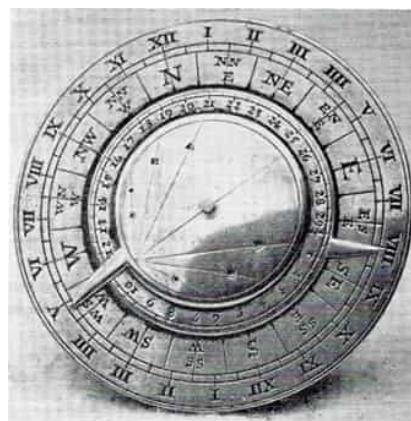


**FIGURE 8** – Calcul de l'Heure de la Pleine Mer.

Les lignes portées sur ce curseur indiquent : si la double ligne verte rejoint le curseur Établissement, c'est une marée de Vives Eaux. Si une ligne verte rejoint le curseur Établissement, c'est une marée de Mortes Eaux. Si une ligne rouge rejoint le curseur Établissement, c'est une marée moyenne.



**FIGURE 9** – Lignes de Vives Eaux, Mortes Eaux, Marées moyennes.



**L.II. BRASS TIDE COMPUTER OF THE LATTER HALF OF THE SIXTEENTH CENTURY.**

The outermost disc is engraved as a compass fly and clock, with the twenty-four hours of the day. The middle disc is graduated clock-wise into 29½ divisions, representing the age of the moon. The pointer at 29½ is the moon pointer. The inner disc is the sun disc; the radiating lines and symbols engraved on it indicate the relative positions of the sun and moon.

The computer, set to a port with an establishment of S.E. by E., or High Water on days of Full and Change at 8 o'clock, has been adjusted to indicate the time of High Water there when the moon is 11 days old. This has been done by setting the sun pointer to 11 on the moon dial. It then indicates High Water on the clock dial as occurring between W.S.W. and W. by S. or at 4.45 o'clock.

**FIGURE 10**

Il faut souligner que si les variations relatives des hauteurs d'eau entre les Vives Eaux et les Mortes Eaux étaient observées, elles n'étaient pas quantifiées, faute d'un niveau de référence universel (Zéro des cartes). Il va de soit que l'on peut utiliser ce calculateur circulaire dans le cheminement inverse : partant de l'heure de la marée un jour quelconque et connaissant l'âge de la lune ce jour, on peut déterminer l'établissement du port sans attendre la prochaine Nouvelle ou Pleine lune.

Je n'ai pas trouvé où ce bel exemplaire est conservé. C'est une illustration de Waters David W. *The Art of Navigation in England*, in Elizabethan and early Stuart times, 1958 (cf. fig. 10). Il est clair qu'on ne peut utiliser un cadran solaire en mer, en raison des mouvements de plate-forme, et de toutes façons, on ne peut déterminer l'établissement d'un port si on n'observe pas l'effet de la marée à terre.

Le calculateur, lui, peut être utilisé partout où les marées sont semi-diurnes soit sous la version cuivre et laiton, soit sous la version « volvelle » copiée ou imprimée sur plusieurs feuilles de papier et assemblée pour un prix minime. Ce type de calculateur et les volvelles sont apparus à la fin du 16<sup>e</sup> siècle. Par exemple : une très belle volvelle de Jacques Delvaux avec un simulateur de l'ASSP Rouen : [assprouen.free.fr/devaulx/simulations/folio\\_25r/Devaulx\\_25r.html](http://assprouen.free.fr/devaulx/simulations/folio_25r/Devaulx_25r.html).



---

## Cadran solaire à réflexion : modélisation de la tache lumineuse (II)

par Dominique Collin

---

*Après quelques errata relativement mineurs (cf. Cadran Info n° 40) suivi d'un résumé expéditif mais nécessaire de la première modélisation de la forme de la tache lumineuse obtenue par réflexion sur un miroir plan, on présente l'aspect mathématique d'une deuxième modélisation sensée être plus proche de la réalité. On abandonne le concept d'un flot de rayons lumineux parallèles au profit d'un flot de rayons astreints à rester dans un cône d'angle d'ouverture le diamètre apparent du soleil. On montre que sous ces conditions, et pour une distance de projection modérée, le contour de la tache lumineuse s'approche plutôt assez bien d'une courbe toroïde ; il y a équivalence mathématique entre le contour de la tache formée par un miroir circulaire plan et celui formé par un œilleton de petite dimension. En terme physique, il n'en est pas du tout de même de la répartition de l'intensité lumineuse dans l'image du soleil par réflexion sur un miroir.*

## 1 Première modélisation : soleil ponctuel

### 1.1 Errata

Proposons immédiatement la correction de quelques erreurs typographiques que l'on trouvera dans Cadran Info n° 40 d'octobre 2019, page 27.

- ▷ § 1.5, formule (14) page 27. Dans la matrice colonne des coefficients A, B et C de la conique, l'ordre n'est pas le bon. Lire plutôt :

$$\begin{bmatrix} A \\ C \\ B \end{bmatrix}$$

Les termes croisés (XY) sont en effet placés en dernière colonne de la matrice L dont l'inversion permet de déterminer les coefficients A, C et B de la conique ( $\mathcal{E}$ )<sup>1</sup>.

---

1. L'algorithme dit "LU decomposition" intégré au programme Asymptote a été utilisé pour parvenir à dessiner toutes les figures de la précédente étude.

- b Dans le schéma 5 page 27, une confusion possible dans l'écriture des coordonnées des trois points  $C_\theta$  pris sur l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) peut survenir et éventuellement perturber la compréhension. Sur l'axe  $Tx$  est mentionné l'abscisse  $X_1$  de  $C_1$  et sur l'axe  $Ty$  son ordonnée  $Y_1$ . En réalité (laquelle n'est pas dessinée) l'axe  $TX$  est vertical vers le bas, l'axe  $TY$  est horizontal vers la droite. Mais par commodité de représentation, ce ne sont pas ces axes qui ont été utilisés (comme déjà souligné en note 8 page 25), mais des axes symboliquement habituels  $Tx, Ty$ . Et par conséquent l'écriture  $X_1$  et  $Y_1$  n'a pas lieu d'être ici. On aurait dû écrire à la place, symboliquement :  $x_1, y_1$  ; *idem est* pour les deux autres points. Et pour terminer, rappelons :  $Tx \Leftrightarrow TY$  et  $Ty \Leftrightarrow -TX$ .
- b En page 27, formules (16), il manque le carré dans les termes  $a$  et  $b$  désignant respectivement la demi-longueur du grand axe et du petit axe de l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ). Lire donc :

$$\begin{cases} a^2 = \frac{2}{A + C - \sqrt{B^2 + (A - C)^2}} \\ b^2 = \frac{2}{A + C + \sqrt{B^2 + (A - C)^2}} \end{cases}$$

## 1.2 Retour sur la première modélisation

Considérons un miroir de première surface, *circulaire*, incliné et déclinant de centre  $O$  et de diamètre  $d = 2r$ . Installons un repère orthonormé direct  $\mathcal{R}$ , d'origine  $O$  et orienté de telle façon que  $Ox$  soit plein sud,  $Oy$  plein est et  $Oz$  dirigé vers le zénith ; le plan horizontal est  $xy$ .

Considérons ensuite un plan incliné et déclinant à une distance  $R$  du centre de ce miroir. Soient, respectivement,  $G(G_x ; G_y ; G_z)$  tangent à la sphère de rayon  $R$  et de centre  $O$  et  $T(T_x ; T_y ; T_z)$  centre de la tache lumineuse obtenue par la réflexion sur le miroir d'un flot de rayons lumineux parallèles issus d'un soleil incident supposé ponctuel.

Sur la sphère céleste centrée en  $O$ , au soleil apparent dit "incident"  $S_i$  est associé un soleil réfléchi  $S_r$  et un soleil virtuel  $S_v$  diamétralement opposé à  $S_r$ . Les points  $G, S_i, S_r, S_v$ , et  $T$  sont parfaitement définis<sup>2</sup> dans  $\mathcal{R}$ . Le rayon lumineux réfléchi par le miroir est comme supposé provenir de ce soleil virtuel  $S_v$ .

La nappe  $\Sigma$  formée par les rayons lumineux réfléchi par tous les points situés sur le bord du miroir est un cylindre. L'axe de  $\Sigma$  est la ligne  $S_vORT$ , ou en abrégé  $OT$ . La directrice de  $\Sigma$  est un cercle de rayon  $r$  parallèle au miroir<sup>3</sup>. Soit alors dans  $\mathcal{R}$  un vecteur directeur unitaire  $\vec{u}(u_1 ; u_2 ; u_3)$  tel que  $\vec{u} = \frac{\vec{OT}}{\|\vec{OT}\|} = \frac{\vec{OS}_r}{R} = \frac{\vec{S}_v\vec{O}}{R}$ . Ce cylindre oblique "lumineux"  $\Sigma$  coupe le plan du cadran formant l'ensemble des points ( $\mathcal{E}$ ) : première approximation de la tache lumineuse apparente.

Pour obtenir l'équation de l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) on se placera dans le repère  $\mathcal{R}_T$  du cadran plutôt que de rester dans le repère local  $\mathcal{R}$  comme cela a été fait précédemment, depuis que l'on sait passer du repère  $\mathcal{R}$  au repère de centre  $G$  ( $\mathcal{R}_G$ ), puis de centre  $T$  ... Prenons alors deux vecteurs perpendiculaires  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  dans le plan du miroir ( $\mathcal{M}$ ). Soit le point  $M_1(x_1 ; y_1 ; z_1)$  tel que  $\theta = 0^\circ$  ; il est placé au plus bas de la LPGP du miroir. Soit le point  $M_2(x_2 ; y_2 ; z_2)$  tel qu'il soit placé à  $90^\circ$  de  $M_1$  sur le bord du miroir ( $\theta = 90^\circ$  ;  $M_2$  est dans le plan de l'horizon). Les

2. Voir D. Collin, « Gnomonique catoptrique », *Cadran Info* n° 26, octobre 2012, p. 24–49, et aussi « Cadran solaire à réflexion : modélisation de la tache lumineuse », dans *Cadran Info* n° 40, octobre 2019, p. 20–35.

3. La surface  $\Sigma$  est généralement un cylindre oblique (la base est un cercle). Par conséquent, une section droite de  $\Sigma$  est une ellipse dont le demi-grand axe a pour longueur  $r$  et le demi-petit axe a pour longueur  $r \cos i$  où  $i$  est l'angle entre la normale au miroir et le rayon réfléchi (angle d'incidence).



composantes de  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  dans  $\mathcal{R}$  sont clairement :

$$\vec{n}_1 \begin{cases} x_1 = r \cos D_m \cos I_m \\ y_1 = -r \sin D_m \cos I_m \\ z_1 = -r \sin I_m \end{cases} \quad \vec{n}_2 \begin{cases} x_2 = -r \sin D_m \\ y_2 = -r \cos D_m \\ z_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Leurs composantes dans le repère  $\mathcal{R}_T = (\text{TXYZ})$  du cadran s'écriront sous forme matricielle (sachant que la tache lumineuse a pour centre  $T(T_X; T_Y; 0)$ ) :

$$\vec{n}_1 = Q(-D, I) \times \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_X \\ -T_Y \\ R \end{bmatrix}; \quad \vec{n}_2 = Q(-D, I) \times \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_X \\ -T_Y \\ R \end{bmatrix}$$

avec la matrice de passage de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}_G$ .

$$Q(-D, I) = \begin{bmatrix} \cos D \cos I & -\sin D \cos I & -\sin I \\ \sin D & \cos D & 0 \\ \cos D \sin I & -\sin D \sin I & \cos I \end{bmatrix}$$

On obtient dans le repère  $\mathcal{R}_T$  sans développer davantage :

$$\vec{n}_1 \begin{cases} X_1 = x_1 \cos D \cos I - y_1 \sin D \cos I - z_1 \sin I - T_X \\ Y_1 = x_1 \sin D + y_1 \cos D - T_Y \\ Z_1 = x_1 \cos D \sin I - y_1 \sin D \sin I + z_1 \cos I + R \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{n}_2 \begin{cases} X_2 = x_2 \cos D \cos I - y_2 \sin D \cos I - T_X \\ Y_2 = x_2 \sin D + y_2 \cos D - T_Y \\ Z_2 = x_2 \cos D \sin I - y_2 \sin D \sin I + R \end{cases} \quad (3)$$

Partant de là, après avoir déterminé (toujours dans le repère  $\mathcal{R}_T$ ) une équation paramétrique de la directrice ( $\mathcal{M}$ ), on détermine l'équation de  $\Sigma$  en prenant un point  $M(t)$  sur ( $\mathcal{M}$ ) et en écrivant la condition pour qu'un point  $P(X; Y; Z)$  de l'espace appartienne à  $\Sigma$  :

$$P \in \Sigma \Leftrightarrow \begin{cases} \exists t \in I = [0^\circ; 360^\circ] \\ \exists \lambda \in \mathbb{R} \end{cases}, \quad \overrightarrow{PM(t)} = \lambda \vec{u} \quad (4)$$

Par suite en posant  $Z = 0$  et en éliminant les paramètres  $t$  et  $\lambda$  de l'équation (4), on abouti non sans efforts à l'équation d'une ellipse<sup>4</sup> centrée en T directement mise sous la forme :

$$(\mathcal{E}) : AX^2 + BXY + CY^2 + F = 0 \quad (5)$$

avec respectivement calculés une fois pour toute pour un angle horaire et une déclinaison du soleil donnés :

$$\begin{cases} p_1 = X_1 + Z_1 \frac{T_X}{R} \\ p_2 = X_2 + Z_2 \frac{T_X}{R} \\ p_3 = Y_1 + Z_1 \frac{T_Y}{R} \\ p_4 = Y_2 + Z_2 \frac{T_Y}{R} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A = p_3^2 + p_4^2 \\ C = p_1^2 + p_2^2 \\ B = -2(p_1 p_3 + p_2 p_4) \\ F = -(p_1 p_4 - p_2 p_3)^2 \end{cases} \quad (6)$$

4. Comme  $F = -(p_1 p_4 - p_2 p_3)^2 < 0$  dans tous les cas, l'équation (5) est une ellipse.

Cette représentation est beaucoup plus pratique que la précédente laquelle souffrait d'une difficulté non négligeable (inversion d'une matrice  $3 \times 3$ ) qui exigeait de posséder un algorithme de calcul soit intégré dans ses outils informatiques<sup>5</sup>, soit à fabriquer soi-même. Désormais un simple tableur suffit amplement pour trouver le quadruplet (A, B, C, F) de la conique régi par les groupes de relations (1), (2), (3) et (6) très simples à programmer, et c'est ce qui manquait dans cette étude. C'est essentiellement pour cette raison que l'on a tenu à "répéter" cette théorie du premier modèle de tache lumineuse.

Les coordonnées point par point de l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) peuvent s'avérer très utiles. Pour un angle paramétrique  $\theta$  compté depuis le plus bas de la ligne de plus grande pente du miroir, les coordonnées d'un point  $C_\theta$  sur l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) dans le repère  $\mathcal{R}_T$  du cadran, seront données par :

$$C_\theta \begin{cases} X_\theta = p_1 \cos \theta + p_2 \sin \theta \\ Y_\theta = p_3 \cos \theta + p_4 \sin \theta \end{cases} \quad \theta \in [0^\circ ; 360^\circ] \quad (7)$$

Les constantes  $p_1, p_2, p_3,$  et  $p_4$  sont fournies en (6). Le paramètre  $\theta$  fait parcourir la circonférence du miroir.

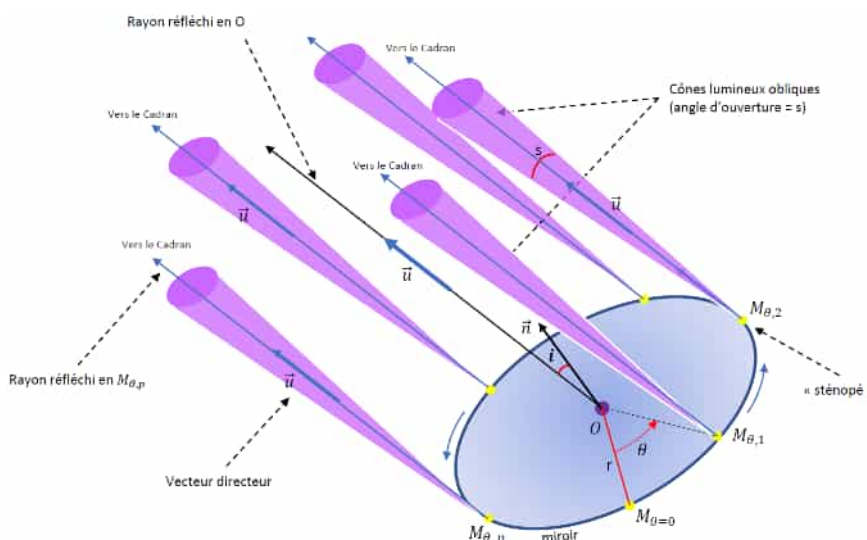
## 2 Source de lumière étendue

### 2.1 Considérations générales et hypothèses

Adoptons un Soleil ayant un diamètre apparent angulaire moyen  $s = 32'$  ; le Soleil n'est plus une source ponctuelle mais une source étendue de lumière. Il faut désormais abandonner le concept de flot de rayons lumineux parallèles au profit d'un faisceau de rayons lumineux coniques. On imagine qu'en chaque point  $M_\theta$  de la circonférence du miroir se trouve un trou émettant un cône de lumière d'ouverture le diamètre apparent  $s$  du soleil. La figure 1 explicite ce nouveau point de vue.

En chaque point  $M_\theta$  est associé sur le cadran un point  $C_\theta$  sur le bord ( $\mathcal{E}$ ) de la tache lumineuse si le soleil était ponctuel. En chaque point  $C_\theta$  de ( $\mathcal{E}$ ) on aura une ellipse ( $\mathcal{E}_\theta$ ), intersection entre le plan du cadran et le cône oblique  $\Sigma_\theta^*$  de sommet  $M_\theta$ , d'axe ( $M_\theta C_\theta$ ) et d'angle d'ouverture  $s = 32'$  (cf. fig. 2 page ci-contre).

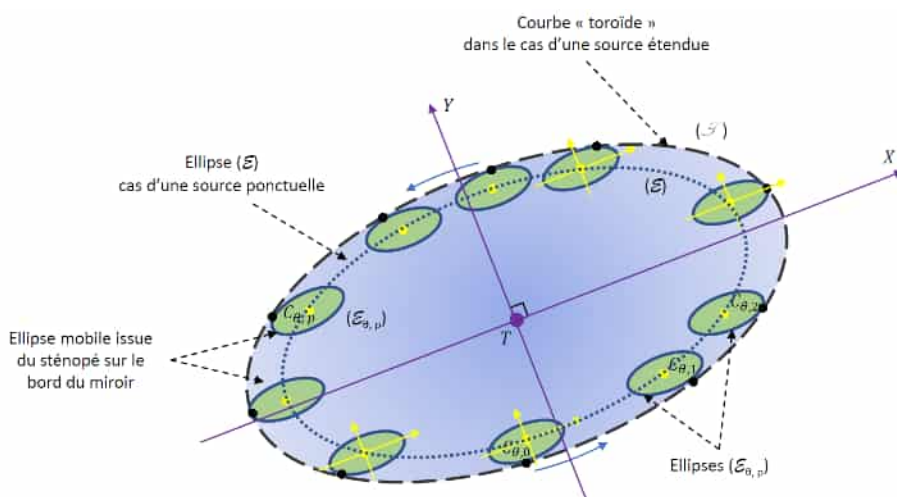
**FIGURE 1** – Principe de formation de la tache lumineuse dans le cas d'une source lumineuse étendue. On a suggéré la répartition des cônes produits par l'ensemble de tous les sténopés située le long de la circonférence du miroir. On a exclu ceux situés à l'intérieur du miroir.



5. Voir note 1 page 23.

L'enveloppe des ellipses ( $\mathcal{E}_\theta$ ) dont leur centre se meut sur l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) engendre deux courbes de degré supérieur à l'ellipse : ( $\mathcal{T}$ ) et ( $\mathcal{T}'$ ). On ne retiendra que celle extérieure à ( $\mathcal{E}$ ) car considérée comme la courbe enveloppe limite où cesse l'étalement de l'intensité lumineuse réfléchie par le miroir ; celle à l'intérieur étant noyée dans la distribution de la superposition de tous les disques elliptiques d'intensité lumineuse égale à l'intensité lumineuse produite par l'infinité de cônes de caractéristiques identiques produisant la dite tache réelle. On a donc à rechercher ( $\mathcal{T}$ ) la courbe parallèle à l'ellipse ( $\mathcal{E}$ ).

C'est un problème déjà résolu en gnomonique dans l'étude de la forme de la tache lumineuse produite par un œilleton, travaux que l'on doit à M. Baillet<sup>6</sup>. D'autres études ont été menées par exemple par M. Savoie<sup>7</sup> puis par M. Goutaudier<sup>8</sup>. On consultera également l'article *Nouvelle note sur le toroïde*, article<sup>9</sup> dans lequel a été confirmé que l'enveloppe des ellipses dont leur centre se déplace sur une ellipse fixe tout en gardant leur axe principaux constamment parallèles à ceux de l'ellipse porteuse engendre une catégorie de courbe du 8<sup>e</sup> degré dénommée "toroïde" par Breton de Champ<sup>10</sup>, puis dans la foulée par Catalan qui en détermina le premier l'équation cartésienne<sup>11</sup>.



**FIGURE 2** – Principe de formation de la tache lumineuse dans le plan du cadran. Les axes TX' et TY' ne sont que figuratifs pour le dessin : ce sont pas ceux issus du changement de repère par rotation et translation du repère initial  $\mathcal{R}$ , mais cela ne porte pas incidence.

6. G. Baillet, "Recherches théoriques 2 — Œilleton, ombre, pénombre", *Cadran Info spécial 2012*, p. 128–165.

7. D. Savoie, "Œilleton et tache de lumière", *Cadran Info spécial 2012*, p. 183–191. L'apport essentiel étant de fournir les coordonnées point par point du contour de la tache lumineuse prenant en compte le diamètre apparent du Soleil.

8. M. Goutaudier, "Œilleton et tache de lumière", *Cadran Info spécial 2012*, p. 173–182. L'apport essentiel se trouve dans le matériel vectoriel rigoureux nécessaire au calcul de la forme de la tache lumineuse et sa confrontation avec les cas extrêmes.

9. D. Collin, "Nouvelle note sur le toroïde", *Cadran Info spécial 2012*, p. 166–172.

10. Breton de Champ, "Sur les courbes parallèles à l'ellipse", *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1<sup>re</sup> série, tome III, 1844, p. 442–445. Le but principal est de fournir une méthode géométrique de construction de la forme la plus approchée esthétiquement de l'ovale et à destination principalement des Arts.

11. Voir E. Catalan, "Note sur la toroïde", *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1<sup>re</sup> série, tome III, 1844, p. 553–555. Démonstration menée dans le cas où il s'agit d'un cercle mobile de rayon plus petit que le rayon de courbure en chaque point de l'ellipse porteuse comme décrit plus tôt par A. Cauchy dans un célèbre mémoire sur la rectification des courbes et sur la quadrature des surfaces comme moyen de trouver des relations entre intégrales.

Le second schéma de principe (fig. 2 page précédente) décrit suffisamment clairement la géométrie utilisée construit sous des hypothèses qui avaient déjà été suggérées dans l'étude précédente (Cadran Info n° 40, octobre 2019 — voir aussi le paragraphe 1 page 23). Quelques conjectures et propriétés<sup>12</sup> peuvent être énoncées de la façon suivante :

1. L'enveloppe extérieure ( $\mathcal{T}$ ) de la famille des ( $\mathcal{E}_\theta$ ) est une courbe toroïde (propriété).
2. La direction du grand axe de l'ellipse porteuse est l'image de la trace laissée par le plan incident principal sur le miroir (conjecture). Le plan incident principal étant celui formé par le rayon incident et le rayon réfléchi au centre O du miroir.
3. L'axe principal de l'ellipse porteuse est axe de symétrie pour la courbe ( $\mathcal{T}$ ) à condition que les ellipses mobiles aient des axes principaux parallèles à ( $\mathcal{E}$ ) (conjecture). Dans le cas contraire, il s'en suit un déphasage entre l'axe principal de l'ellipse porteuse et l'axe de symétrie de la toroïde.

## 2.2 Sténopé sur le bord du miroir

On abandonne l'idée de flot de rayons lumineux parallèles. Il n'y a donc plus « un » rayon réfléchi en un point  $M_\theta$  sur le bord du miroir, mais un faisceau conique de rayons réfléchis dans toutes les directions autour de l'axe du cône ; rayons lumineux astreints à rester sous un angle d'ouverture limite  $s$ . C'est comme si, en un point  $M_\theta$  sur le bord du miroir, le faisceau de rayons réfléchis issu du Soleil virtuel  $S_v$  passait au travers d'un trou (sténopé) de même orientation que le miroir, pour former ce cône de lumière d'angle d'ouverture  $s$ <sup>13</sup>.

## 2.3 Cône de lumière réfléchi en un point du miroir

Pour définir entièrement le cône oblique  $\Sigma_\theta^*$  il faut connaître son sommet, son axe et sa directrice  $\Gamma_\theta$ . C'est l'objet de la synthèse suivante.

### 2.3.1 Sommet de $\Sigma_\theta^*$

Les coordonnées du sommet  $M_\theta$  du cône  $\Sigma_\theta^*$  ont déjà été définies<sup>14</sup>. Si dans le repère  $\mathcal{R}$  elles s'écrivent pour une position  $\theta$  donnée :  $(x_\theta, y_\theta, z_\theta)$ , alors dans le repère  $\mathcal{R}_T$  liée à la tache lumineuse dans le plan du cadran elles s'écriront :

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = Q(-D, I) \times \begin{bmatrix} x_\theta \\ y_\theta \\ z_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_X \\ -T_Y \\ R \end{bmatrix} \quad (8)$$

Les composantes de la matrice de passage  $Q(-D, I)$  ayant été données dans le rappel §1.2 page 24.

### 2.3.2 Directrice de $\Sigma_\theta^*$

Il s'agit de déterminer deux vecteurs orthogonaux  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  définissant le plan dans lequel se trouve la directrice ( $\Gamma_\theta$ ). Elle est dans un plan parallèle au miroir : c'est le cercle de centre

12. On avance ici quelques découvertes et ce qui n'a pas encore été établi comme vrai est qualifié de conjecture et de propriété dans le cas contraire. . .

13. Le soleil virtuel est un soleil fictif obtenu par symétrie par rapport au plan du miroir du soleil incident.

14. Voir Cadran Info n° 40, *op. cit.*, page 21, formule (1) suivies des formules (2) et (3).



$$\vec{e}_2 \begin{cases} X_2 = x_2 \cos D \cos I - y_2 \sin D \cos I - z_2 \sin I - T_X - X_\theta \\ Y_2 = x_2 \sin D + y_2 \cos D - T_Y - Y_\theta \\ Z_2 = x_2 \cos D \sin I - y_2 \sin D \sin I + z_2 \cos I + R \end{cases} \quad (11)$$

L'équation vectorielle de la directrice ( $\Gamma_\theta$ ) du cône sera finalement dans  $\mathcal{R}_T$  :

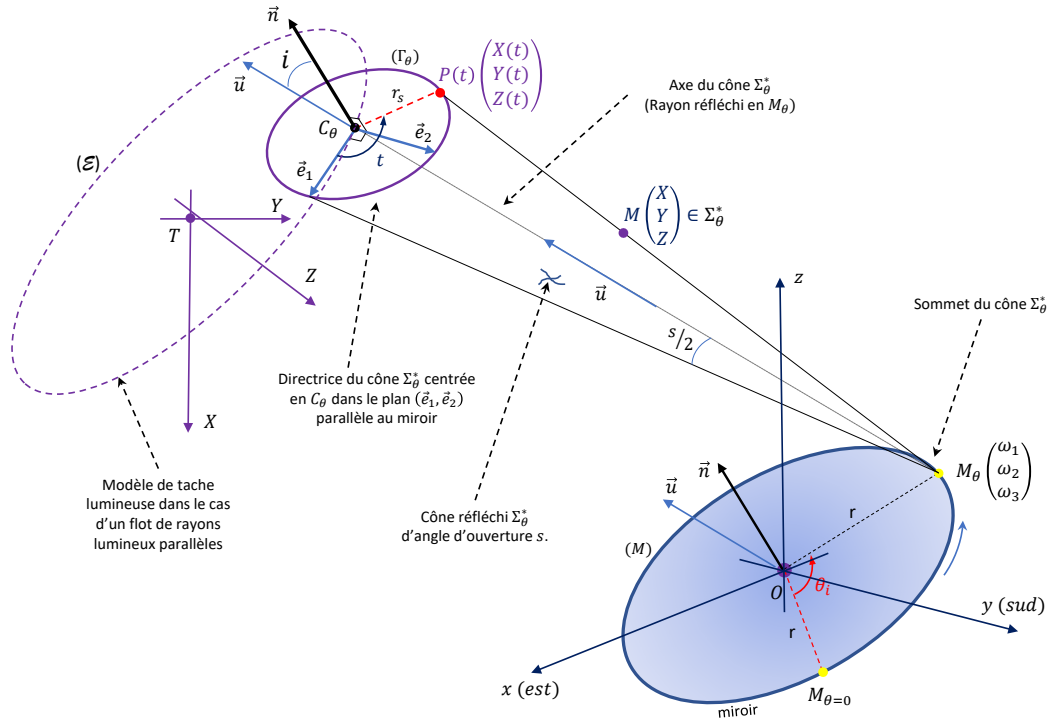
$$P(t) \in (\Gamma_\theta) \iff \exists t \in [0^\circ ; 360^\circ], \quad \vec{P}(t) = \vec{TC}_\theta + \vec{e}_1 \cos t + \vec{e}_2 \sin t$$

## 2.4 Familles d'ellipses mobiles ( $\mathcal{E}_\theta$ )

### 2.4.1 Équation cartésienne

Une fois établi l'équation paramétrique de la directrice ( $\Gamma_\theta$ ) on peut écrire la condition pour qu'un point  $M(X ; Y ; Z)$  de l'espace appartienne à  $\Sigma_\theta^*$  (voir figure 4 pour un croquis de la configuration géométrique), ce qui amène directement à l'équation recherchée :

$$P \in \Sigma_\theta^* \iff \begin{cases} \exists t \in I = [0^\circ ; 360^\circ] \\ \exists \lambda \in \mathbb{R} \end{cases}, \quad \overrightarrow{M_\theta M} = \lambda \overrightarrow{M_\theta P(t)} \quad (12)$$



**FIGURE 4** – Schéma de principe pour qu'un point de l'espace  $M(X,Y,Z) \in \Sigma_\theta^*$ . La directrice ( $\Gamma_\theta$ ) du cône  $\Sigma_\theta^*$  est contenue dans un plan perpendiculaire à la normale  $\vec{n}$ . En effet, le sténopé en  $M_\theta$  sur le bord du miroir est orienté par le vecteur  $\vec{n}$ . L'ellipse ( $\mathcal{E}$ ) est dans le plan du cadran  $TXY$ .

Par suite, en posant  $Z = 0$  pour l'intersection avec le plan du cadran, et en éliminant les paramètres  $t$  et  $\lambda$  de l'équation (12), on aboutit à l'équation de l'ellipse ( $\mathcal{E}_\theta$ ) de centre  $C_\theta$  :

$$(\mathcal{E}_\theta) : A_\theta X^2 + B_\theta XY + C_\theta Y^2 + D_\theta X + E_\theta Y + F_\theta = 0 \quad (13)$$

avec respectivement pour  $\theta$  fixé et pour un angle horaire et une déclinaison du soleil donnée :

$$\begin{cases} A_\theta = g_1^2 + h_1^2 - d_1^2 \\ B_\theta = -2(g_1g_2 + h_1h_2 + d_1d_2) \\ C_\theta = g_2^2 + h_2^2 - d_2^2 \\ D_\theta = 2(g_1g_3 - h_1h_3 - d_1d_3) \\ E_\theta = 2(h_2h_3 - g_2g_3 - d_2d_3) \\ F_\theta = g_3^2 + h_3^2 - d_3^2 \end{cases} \quad (14)$$

puis avec une avalanche de paramètres dont la programmation ne pose aucun problème particulier (en n'oubliant pas les relations (9), (10) et (11)) :

$$\begin{cases} a_1 = \omega_3 X_1 - \omega_1 Z_1 \\ a_2 = \omega_3 Y_1 - \omega_2 Z_1 \\ b_1 = \omega_3 X_2 - \omega_1 Z_2 \\ b_2 = \omega_3 Y_2 - \omega_2 Z_2 \end{cases} \quad \begin{cases} g_1 = b_2 + Z_2 Y_\theta \\ g_2 = b_1 + Z_2 X_\theta \\ g_3 = b_1 Y_\theta - b_2 X_\theta \end{cases} \quad \begin{cases} h_1 = a_2 + Z_1 Y_\theta \\ h_2 = a_1 + Z_1 X_\theta \\ h_3 = a_2 X_\theta - a_1 Y_\theta \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} d_1 = Z_1 Y_2 - Y_1 Z_2 \\ d_2 = X_1 Z_2 - X_2 Z_1 \\ d_3 = \omega_1(Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1) + \omega_2(X_2 Z_1 - X_1 Z_2) + \omega_3(X_1 Y_2 - X_2 Y_1) \end{cases} \quad (16)$$

### 2.4.2 Équation paramétrique

Pour un paramètre angulaire arbitraire  $t \in [0^\circ ; 360^\circ]$  compté dans le sens trigonométrique depuis le vecteur  $\vec{e}_1$  dans le plan de la directrice ( $\Gamma_\theta$ ) du cône (cf. fig. 4 page ci-contre), les coordonnées dans  $\mathcal{R}_T$  d'un point  $T(t)$  de l'ellipse mobile ( $\mathcal{E}_\theta$ ) se calculent de la façon suivante :

$$T(t) \begin{cases} X(t) = \frac{(\omega_1 Z_1 - \omega_3 X_1) \cos t + (\omega_1 Z_2 - \omega_3 X_2) \sin t - \omega_3 X_\theta}{Z_1 \cos t + Z_2 \sin t - \omega_3} \\ Y(t) = \frac{(\omega_2 Z_1 - \omega_3 Y_1) \cos t + (\omega_2 Z_2 - \omega_3 Y_2) \sin t - \omega_3 Y_\theta}{Z_1 \cos t + Z_2 \sin t - \omega_3} \end{cases} \quad (17)$$

C'est aussi l'équation paramétrique de ( $\mathcal{E}_\theta$ ).

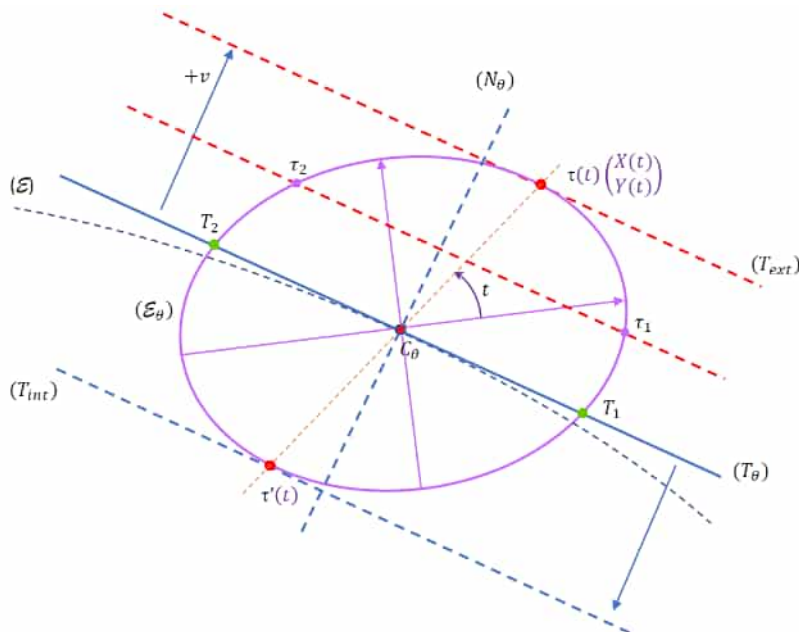
Les coordonnées ( $X_\theta ; Y_\theta$ ) sont données dans les relations 7 page 26. Les coordonnées ( $\omega_1 ; \omega_2 ; \omega_3$ ) d'un point sur le bord du miroir (sommet du cône oblique) ainsi que les coordonnées des vecteurs  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  de la directrice de  $\Sigma_\theta^*$  en  $C_\theta$  sont fournies dans les relations précédentes.

On est à même de placer n'importe quel point de l'ellipse mobile, et en particulier le point  $\tau(t)$  dont la tangente est parallèle à celle de l'ellipse porteuse au point  $C_\theta$  centre de l'ellipse mobile ; et par conséquent un point de la toroïde extérieure, enveloppe des ( $\mathcal{E}_\theta$ ).

### 2.5 Enveloppe des ellipses mobiles ( $\mathcal{E}_\theta$ ) : courbe toroïde

Pour établir les coordonnées point par point de la courbe enveloppe des ellipses mobiles ( $\mathcal{E}_\theta$ ), on utilise la tangente ( $T_\theta$ ) en  $C_\theta$  à l'ellipse porteuse ( $\mathcal{E}$ ). Le point recherché de la courbe enveloppe se trouve à la fois sur une parallèle à ( $T_\theta$ ), sur une tangente à la courbe mobile ( $\mathcal{E}_\theta$ ) et sur celle-ci. Il y en a deux : un point intérieur et un autre extérieur à ( $\mathcal{E}$ ). C'est ce dernier qui nous intéresse car il est sensé représenter un point de la ligne de démarcation ( $\mathcal{T}$ ) de la tache lumineuse proprement dite. Nommons  $\tau(t)$  le point tangent extérieur recherché. Le point  $\tau'(t)$

sera son homologue appartenant à la deuxième courbe toroïde dite « intérieure ». L'abscisse dans le repère  $\mathcal{R}_T$  de  $\tau(t)$  s'obtient par la résolution d'une équation du second degré issue de l'annulation du discriminant de l'équation du second degré exprimant l'intersection entre la tangente  $(T_\theta)$  et l'ellipse mobile. En effet, la tangente  $(T_\theta)$  coupe l'ellipse mobile en deux points  $T_1$  et  $T_2$  comme on peut le voir sur la figure 5. Une parallèle quelconque coupe l'ellipse mobile en deux autres points distincts, par exemple en  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Il existe alors une position limite de la parallèle à la tangente en  $C_\theta$  à l'ellipse porteuse, comme  $(T_{ext})$ , ayant un seul point d'intersection avec  $(\mathcal{E}_\theta)$  : le point  $\tau(t)$ .



**FIGURE 5** – Recherche des points de la toroïde, enveloppe des ellipses mobiles  $(\mathcal{E}_\theta)$ . La tangente  $(T_\theta)$  à l'ellipse mobile en  $C_\theta$  coupe celle-ci en deux points  $T_1$  et  $T_2$ . Leurs abscisses sont les solutions d'une équation du 2° degré dont le discriminant est positif et directement relié à un paramètre  $v$  exprimant le déplacement parallèlement à elle-même de la tangente. La parallèle à la tangente donnera deux points confondus lorsque ce discriminant est nul. Ce qui conduit à une seconde équation du 2° degré dont les solutions donnent accès aux deux positions limites  $\tau$  et  $\tau'$ , points de la toroïde extérieure et intérieure respectivement.

Exprimons tout d'abord l'équation de la tangente  $(T_\theta)$  à l'ellipse porteuse  $(\mathcal{E})$ . On a bien évidemment :

$$pX + qY + k = 0$$

avec :

$$\begin{cases} k = -X_\theta \frac{\partial P_\mathcal{E}(X_\theta, Y_\theta)}{\partial Y} - Y_\theta \frac{\partial P_\mathcal{E}(X_\theta, Y_\theta)}{\partial X} \\ p = \frac{\partial P_\mathcal{E}(X_\theta, Y_\theta)}{\partial X} = 2AX_\theta + BY_\theta \\ q = \frac{\partial P_\mathcal{E}(X_\theta, Y_\theta)}{\partial Y} = 2CY_\theta + BX_\theta \end{cases} \quad (18)$$

où  $P_\mathcal{E}(X, Y) = 0$  est l'équation de l'ellipse porteuse (cf. équation (5)). En posant  $u = -p/q$  et  $v = -k/q$ , en supposant  $q \neq 0$ , on écrira la tangente plutôt sous la forme  $Y = uX + v$ . Le



paramètre  $v$  va devenir l'élément variable exprimant le déplacement parallèlement à elle-même de la tangente ( $T_\theta$ ). L'abscisse de l'intersection avec l'ellipse mobile s'obtient en résolvant l'équation :

$$aX^2 + bX + c = 0$$

en ayant posé préalablement :

$$\begin{cases} a = C_\theta u^2 + B_\theta u + A_\theta \\ b = 2C_\theta uv + B_\theta v + E_\theta u + D_\theta \\ c = C_\theta v^2 + E_\theta v + F_\theta \end{cases} \quad (19)$$

Coefficients dans lesquels  $a$  est indépendant de  $v$  alors que  $b$  et  $c$  en dépendent. Cette équation conduira, pour  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , à deux solutions  $X_1$  et  $X_2$ , abscisses respectives des points  $T_1$  et  $T_2$  dont l'ordonnée s'obtient facilement à partir de  $Y = uX + v \dots$  En se donnant une autre valeur de  $v$ , on détermine par exemple les abscisses des points  $\tau_1$  et  $\tau_2$  (cf. fig. 5 page précédente). Il existe par conséquent deux valeurs particulières  $v_1$  et  $v_2$  correspondant aux positions limites que peut prendre la tangente ( $T_\theta$ ) pour lesquelles il n'existe qu'un point d'intersection avec l'ellipse mobile. Elles doivent alors être solution de l'équation  $b^2 = 4ac$  conduisant respectivement aux points recherchés  $\tau$  et  $\tau'$ . Cette équation, dont l'inconnue est  $v$ , une fois développée s'écrit :

$$\alpha v^2 + \beta v + \eta = 0$$

avec, tous calculs faits :

$$\begin{cases} \alpha = (B_\theta + 2C_\theta u)^2 - 4aC_\theta \\ \beta = 2(B_\theta + 2C_\theta u)(D_\theta + E_\theta u) - 4aE_\theta \\ \eta = (D_\theta + E_\theta u)^2 - 4aF_\theta \end{cases} \quad (20)$$

La résolution ne pose aucune difficulté. Il existe, pour  $\Delta' = \beta^2 - 4\alpha\eta > 0$ , deux solutions  $v_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta'}}{2\alpha}$  répondant à la contrainte recherchée. Et puisque  $b$  et  $c$  dépendent de  $v$ , il existe deux couples de valeurs possibles :  $(b_1 ; c_1)$  et  $(b_2 ; c_2)$ , ce qui conduit directement aux coordonnées des points de la courbe toroïde — on utilisera les relations (19) pour calculer respectivement  $b$  et  $c$  à partir des nouvelles valeurs de  $v$ .

$$\tau \begin{cases} X_1 = -\frac{b_1}{2a} \\ Y_1 = uX_1 + v_1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \tau' \begin{cases} X_2 = -\frac{b_2}{2a} \\ Y_2 = uX_2 + v_2 \end{cases} \quad (21)$$

Reste ensuite à choisir laquelle des abscisses (indices 1 ou 2) correspond à l'abscisse du point de la toroïde extérieure ( $\mathcal{T}$ ). Trouver la valeur du paramètre  $t$  positionnant précisément le point tangent sur ( $\mathcal{E}_\theta$ ) semble particulièrement difficile à déterminer ; on ne s'engagera pas dans cette voie assez complexe, laquelle finalement apporte peu d'intérêt à notre problème général qui en soit est déjà résolu quand on est parvenu à calculer les coordonnées (21).

Au cours de la révolution de l'ellipse mobile dont le centre se déplace sur l'ellipse porteuse, il existe deux positions très particulières de la tangente ( $T_\theta$ ) : celle où elle est parallèle aux abscisses ( $p = 0$ ) et celle où elle est parallèle aux ordonnées ( $q = 0$ ). Il faut réadapter le procédé de résolution à ces deux configurations particulières de la tangente. Cela ne pose pas de difficulté si bien qu'il est inutile de le décrire ici.

L'ensemble des points ainsi déterminé est la courbe enveloppe dans laquelle est sensé se dessiner toute entière la tache lumineuse par réflexion sur le miroir circulaire plan. Mais cela

demande à être confronté avec l'expérience ; on verra assez rapidement en raison de la distance miroir-centre tache lumineuse que cette modélisation s'effondre d'elle-même. Le miroir ayant un comportement à fortiori différent suivant la distance centre miroir-centre tache lumineuse et en fonction de son diamètre. L'étude numérique suivante apporte quelques éclaircissement quant à la portée d'utilisation de cette modélisation sensée utiliser le diamètre apparent du Soleil.

### 3 Exemples numériques

Les valeurs numériques présentées ici ont pour seul but de permettre de contrôler ses propres calculs pour quiconque voudrait mettre en œuvre ses propres procédures en vue de tracer sur un cadran solaire à réflexion quelques contours de tache lumineuse ou un ensemble de taches lumineuses. D'autres applications pourront en émerger comme par exemple la recherche de la durée de transit d'une tache sur une ligne horaire ou n'importe quel autre type de ligne qu'est capable de marquer un cadran solaire à réflexion. Dans les dessins de quelques taches lumineuses, et dans cette longue litanie numérique, on se restreint à 5 décimales purement à des fins de vérification.

En raison de contraintes expérimentales et surtout de construction d'une part et d'une absence de cas expérimentaux très larges (très grand cadran) d'autre part, on n'a pas pu présenter encore de simulation de tache lumineuse produite par un miroir circulaire à une distance supérieure à 100 fois le diamètre du miroir plan. C'est justement la limite empirique d'application « raisonnable » de cette modélisation avant de révéler un autre phénomène propre aux miroirs plans.

Il ne faut pas croire que la méthode de calcul s'applique dans tous les cas de figure : elle s'effondre d'elle-même pour de grande distance de projection de l'image du soleil sur le plan du cadran — la dimension de la toroïde dépend de  $R$ . Ayez en permanence à l'esprit que le modèle est basé sur la forme du contour du miroir (que l'on a pris circulaire par pur souci de symétrie) et que l'image formée sur le plan du cadran est la composition de l'image de la forme du miroir et de l'image du Soleil, et ce, jusqu'à ce que pour de grande distance au miroir, l'image du Soleil l'emporte finalement <sup>15</sup>. L'explication viendrait de la présence d'une certaine fonction de transfert (dans le flux lumineux réfléchi) responsable de la formation de l'image dans le plan du cadran. Mais ceci suggère une toute autre étude. Pour l'instant, venons-en à quelques exemples numériques de démonstration.

#### 3.1 Cas du mur d'essais

Le plan vertical déclinant ayant déjà servi dans la première étude peut être à nouveau utilisé. Cependant, toutes les mesures effectuées, en particulier celles ayant servi de support dans le premier article, s'avèrent inexploitable parce qu'il manque une donnée essentielle laquelle avait été totalement inutile jusqu'à présent : la distance  $R$  du centre du miroir au plan du cadran ! Elle manque cruellement pour pouvoir prolonger l'exploitation de la forme de la tache lumineuse à partir des photographies déjà prises.

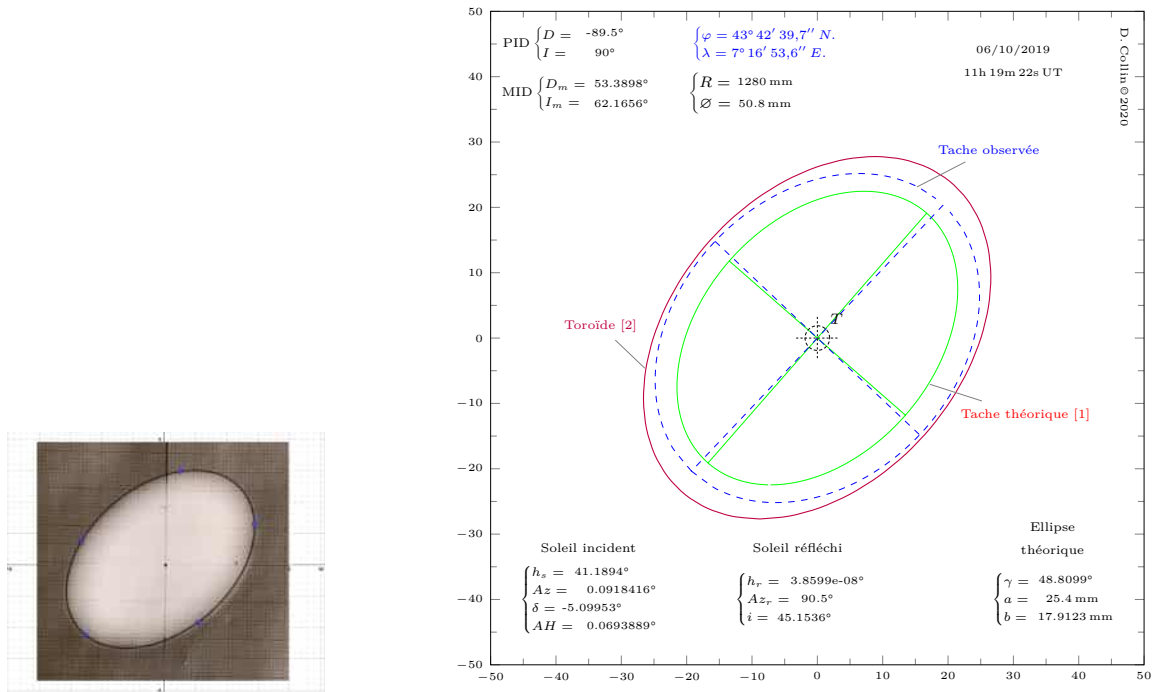
---

15. On trouvera dans l'article de Mauro Giongo : « Meridiana a riflessione a camera oscura alla Baita delle Meridiane », dans *Orologi Solari*, n° 22 d'août 2020, p. 26–30, un exemple concret de cette assertion. Dans ce cadran à réflexion limité aux seuls équinoxes dans son fonctionnement, le miroir est triangulaire de très petite taille (2 cm de côté) et forme à plus de 15 mètres sur le cadran une image du soleil de 16 cm de diamètre. Le miroir a été orienté de telle sorte que l'angle d'incidence des rayons lumineux soit assez faible procurant sur le mur une image quasi circulaire.

Des essais supplémentaires ont donc été à nouveau mis en place ; quelques exemples sont présentés ici. Rappelons que dans ces expériences successives, on oriente le miroir de telle sorte que l'image de la tache lumineuse soit centrée au point G ( $T = G$ ), projection orthogonale du centre du miroir sur le mur déclinant. On a tracé en vert la première modélisation basée sur un flot de rayons lumineux parallèles. En pointillés bleus le contour approché de la tache lumineuse à partir de l'image réelle de la tache lumineuse formée sur le mur au centre du repère orthogonal GXY. Et enfin en violet la courbe toroïde obtenue à partir de la deuxième modélisation basée sur un flot conique de rayons lumineux réfléchis par le miroir. On a complété les figures avec les caractéristiques du mur, du miroir, de l'ellipse théorique et une éphéméride du Soleil incident et réfléchi au moment de l'observation.

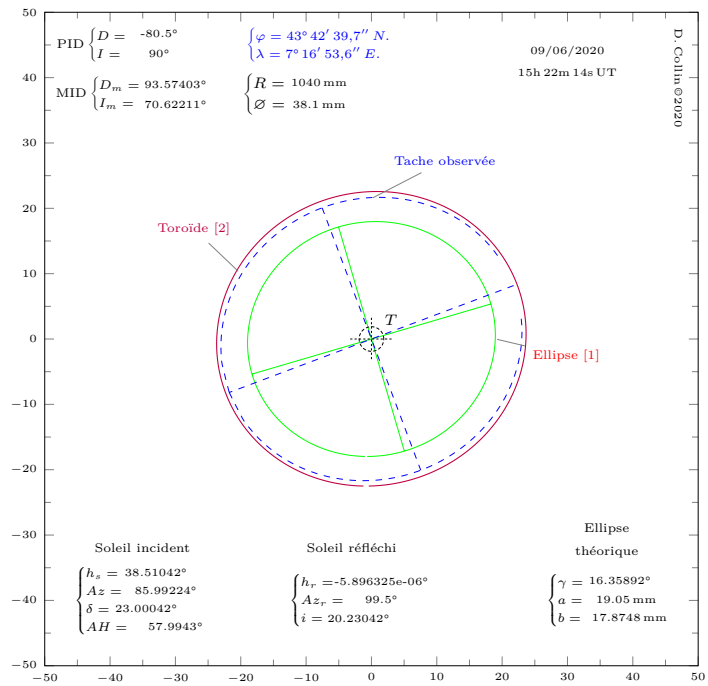
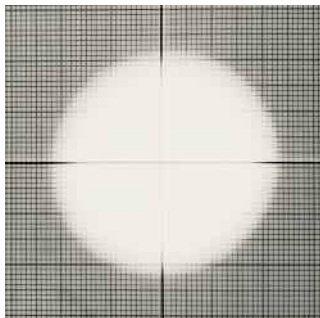
### 3.1.1 Octobre 2019

Photographie du 06/10/2019 à 11 h 19 min 22 s UT.

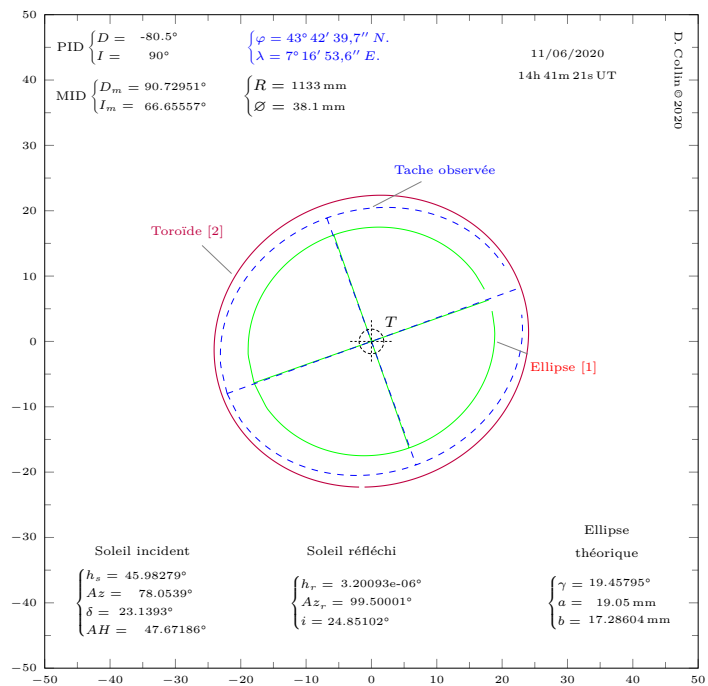
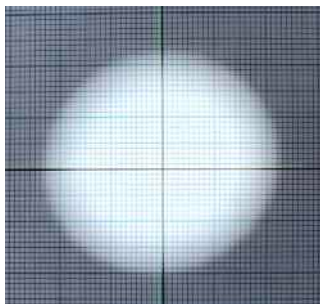


### 3.1.2 Juin 2020

Photographie du 09/06/2020 à 15 h 22 min 14 s UT.

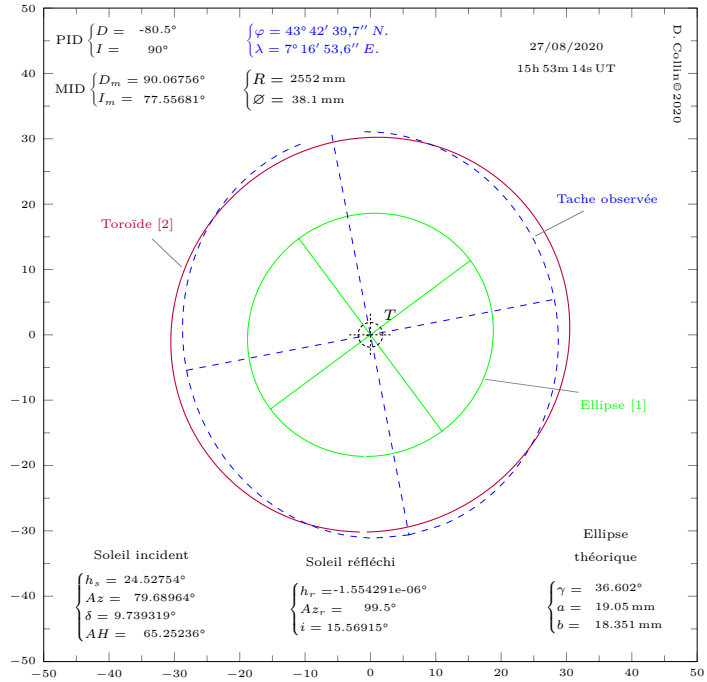
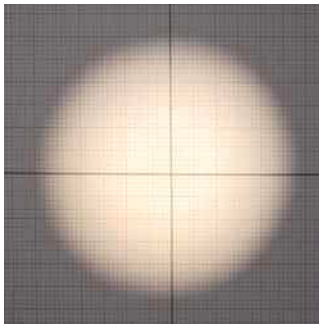


Photographie du 11/06/2020 à 14 h 44 min 21 s UT.

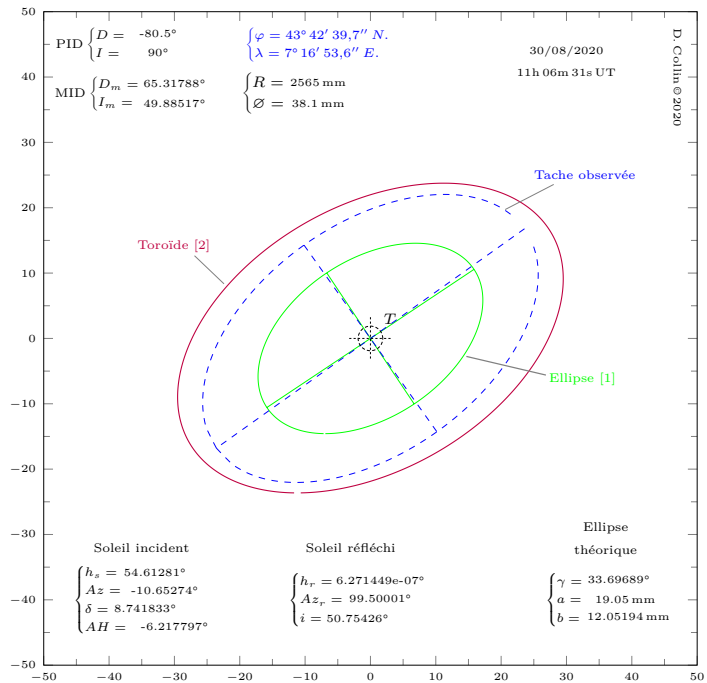
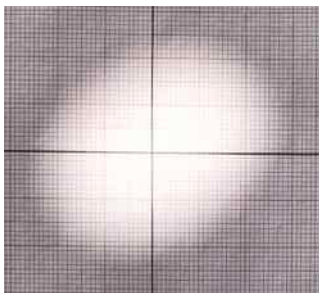


### 3.1.3 Août 2020

Photographie du 27/08/2020 à 15 h 53 min 13 s UT.



Photographie du 30/08/2020 à 11 h 06 min 31 s UT.



### 3.2 Quelques valeurs numériques

Penons le premier exemple du 6 octobre 2019 à 11 h 19 min 22 s UT.

On donne d'abord les coefficients de l'ellipse porteuse ( $\mathcal{E}$ ) (tableau 1). Puis on choisit 10 points ( $C_1, C_2, \dots, C_{10}$ ) parcourant cette ellipse porteuse, par exemple en partant de  $\theta = 0^\circ$  à  $\theta = 360^\circ$  avec un pas de  $36^\circ$ . Ces points sont les centres des ellipses mobiles  $\mathcal{E}_\theta$  (tableau 2). Rappelons qu'ils correspondent à l'intersection des différents axes des cônes de révolution  $\Sigma_\theta^*$  de sommet  $M_\theta$  et d'angle d'ouverture le diamètre apparent du Soleil, avec le plan du cadran (ils sont au voisinage du centre théorique T de la tache lumineuse). Le tableau 3 page ci-contre donne à titre d'exemple les coefficients  $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i$  et  $F_i$  des trois premières ellipses mobiles de centre  $C_\theta$ . Le tableau 4 page suivante donne les coordonnées des dix points de la courbe toroïde (extérieure), enveloppe des ellipses mobiles parcourant la circonférence de l'ellipse porteuse.

**TABLE 1**  
Coefficients de l'équation cartésienne de l'ellipse porteuse ( $\mathcal{E}$ )

A	B	C	D	E	F
442,420 56	359,675 19	485,637 22	0	0	-182 514,329 45

**TABLE 2**  
Centre  $C_\theta$  des ellipses mobiles dans le repère TXY

	Angle	Abscisse	Ordonnée
	$\theta$	$X_\theta$	$Y_\theta$
$C_1$	$0^\circ$	22,037 18	8,160 64
$C_2$	$36^\circ$	17,828 45	4,792 82
$C_3$	$72^\circ$	6,809 86	15,915 59
$C_4$	$108^\circ$	-6,809 86	20,959 14
$C_5$	$144^\circ$	-17,828 45	17,997 02
$C_6$	$180^\circ$	-22,037 18	8,160 64
$C_7$	$216^\circ$	-17,828 45	-4,792 82
$C_8$	$252^\circ$	-6,809 86	-15,915 59
$C_9$	$288^\circ$	6,809 86	-20,959 14
$C_{10}$	$324^\circ$	17,828 45	-17,997 02

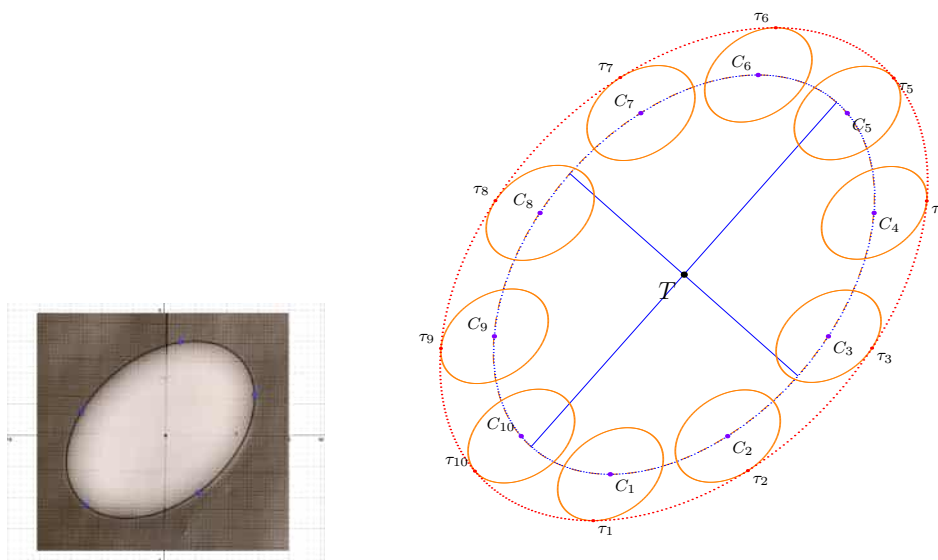
**TABLE 3**  
**Quelques coefficients de l'équation cartésienne des ellipses mobiles de centre  $C_\theta$**

Coefficients	$C_1$	$C_2$	$C_3$	... etc.
$A_i$	54 831 775,512 03	53 496 568,505 79	53 303 299,241 40	...
$B_i$	31 451 742,256 88	30 685 849,993 80	30 574 988,225 51	...
$C_i$	42 465 206,062 18	41 431 115,646 18	41 281 432,601 91	...
$D_i$	-2 159 412 980,822 11	-2 054 015 915,283 83	-1 212 019 976,506 31	...
$E_i$	-810 278,245 35	-944 990 313,112 34	-1 523 009 960,833 99	...
$F_i$	22 491 006 974,428 80	19 328 460 488,452 00	15 014 708 907,1466	...

**TABLE 4**  
**Coordonnées des points de la courbe toroïde dans le repère TXY**

n°	Angle $\theta$	Points toroïde	Abscisse $T_X$	Ordonnée $T_Y$
$C_1$	0°	$\tau_1$	27,157 80	-10,048 09
$C_2$	36°	$\tau_2$	21,632 98	7,028 04
$C_3$	72°	$\tau_3$	8,110 50	20,731 13
$C_4$	108°	$\tau_4$	-8,134 82	26,771 99
$C_5$	144°	$\tau_5$	-21,698 25	23,119 20
$C_6$	180°	$\tau_6$	-27,253 89	10,102 41
$C_7$	216°	$\tau_7$	-21,756 63	-7,063 96
$C_8$	252°	$\tau_8$	-8,167 35	-20,847 17
$C_9$	288°	$\tau_9$	8,142 78	-26,862 09
$C_{10}$	324°	$\tau_{10}$	21,691 15	-23,108 48

On trouvera en figure 6 page suivante une représentation graphique des calculs exposés dans les différents tableaux numériques.



**FIGURE 6** – Position des différents points conduisant à la formation des points de la courbe toroïde censée modéliser le contour de la tache lumineuse.

Cas de l’observation du 6 octobre 2019 à 11 h 19 min 22 s UT. Les points  $C_i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ) sont les centres des ellipses mobiles ( $\mathcal{E}_\theta$ ) ; ils sont aussi des points de l’ellipse porteuse ( $\mathcal{E}$ ). Les points  $\tau_i$  sont des points de l’enveloppe extérieure des ellipses mobiles effectuant leur révolution sur l’ellipse porteuse. Ils sont obtenus en considérant chaque tangente à ellipse mobile, parallèle à l’ellipse porteuse en chaque point  $C_i$ . L’ensemble de ces points forme la courbe toroïde.

## 4 Conclusion

Cette deuxième modélisation ne répond pas entièrement au problème posé qui est de pouvoir dessiner au plus juste la forme de la tache lumineuse réfléchiée par un miroir circulaire plan de première surface.

Pour une distance de projection « raisonnable » l’image observée est composée de la superposition de l’image du miroir *et* de l’image du Soleil qui est une source de lumière étendue. Le modèle répond assez bien aux attendus mais pas suffisamment pour approcher l’exactitude. Pour une grande distance de projection, l’intensité lumineuse réfléchiée est totalement diluée dans le champ du miroir pour laisser place à l’image entière du Soleil ; l’image de la forme du miroir disparaît complètement. Il apparaît alors que le miroir peut être substitué par un *sténopé* centré sur le miroir formant une image entière du Soleil. Cependant, bien que visible, l’image est terne, a perdu de sa luminosité et sa netteté dépend intimement de la nature de la surface où se forme l’image. Le miroir n’a plus du tout le comportement attendu à ce que l’intuition peut laisser deviner et que l’on peut observer habituellement à faible distance.

On est cependant capable de se faire une idée assez correcte de la forme de la tache lumineuse pour n’importe quel cadran solaire incliné déclinant produite par n’importe quel miroir *circulaire* incliné déclinant à condition que la distance de projection ne dépasse pas, de façon empirique, 100 fois le diamètre (en mm) du miroir utilisé. Et si la distance du miroir au mur dépasse ce critère empirique, l’image du contour du miroir disparaît laissant apparaître une image du soleil sur le cadran ; la forme du miroir n’a alors plus aucune importance dans la formation de la tache lumineuse.





---

## Détermination de la déclinaison et de l'inclinaison d'un cadran

par Henri Gagnaire<sup>1</sup>

---

La méthode décrite dans cette note n'est pas nouvelle. Elle a déjà fait l'objet d'au moins deux articles dans Cadran Info [1] & [2] et d'un message dans le forum "Aux cadrans solaires" [3].

On peut déterminer la déclinaison et l'inclinaison d'une surface plane en mesurant la position de l'ombre de l'extrémité d'un gnomon droit, c'est-à-dire perpendiculaire à cette surface.

Dans ce qui suit  $A$  et  $h$  sont respectivement l'azimut et la hauteur du Soleil à l'heure solaire  $H$ . La latitude du lieu est notée  $\varphi$ . La déclinaison gnomonique de la surface est notée  $D$ , positive si la surface est tournée vers l'Ouest. L'inclinaison de la surface est repérée par l'angle  $\theta$ , nul si la table est verticale et positif si elle est inclinée vers l'arrière. Ainsi un cadran horizontal est caractérisé par un angle  $\theta = 90^\circ$ .

La figure 1 montre une surface déclinante inclinée et son gnomon droit  $OG$ . La direction du Soleil est représentée par le vecteur  $S$ .

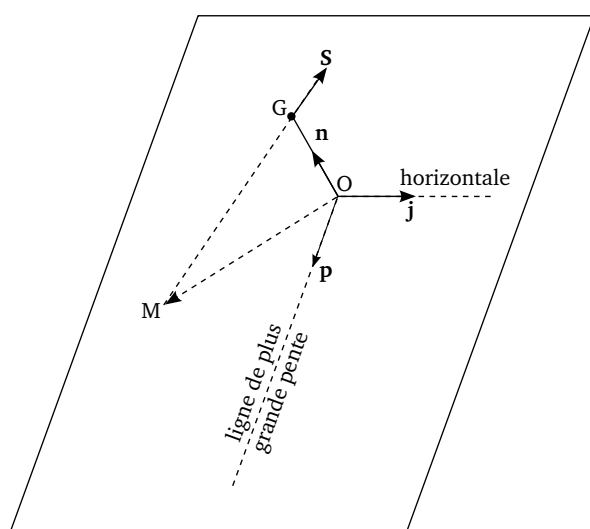


FIGURE 1 – Surface déclinante inclinée

---

1. Association Recherche Midi 42

En supposant la longueur du gnomon droit égale à l'unité, on peut démontrer [4] que les coordonnées X (suivant la ligne de plus grande pente de la surface) et Y (suivant l'horizontale) de l'ombre M sont données par :

$$X = \frac{\tan h - \tan \theta \cos(A - D)}{\tan h \tan \theta + \cos(A - D)} \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sin(A - D)}{\cos \theta \left[ \tan h \tan \theta + \cos(A - D) \right]} \quad (2)$$

Sur la figure 1, la coordonnée X est positive tandis que Y est négative.

Mesurer X et Y permet a priori de déterminer les deux inconnues que sont D et  $\theta$ . Comment exploiter les résultats des mesures ?

À partir de la relation (1), on peut écrire  $\cos(A - D)$  :

$$\cos(A - D) = \frac{1 - X \tan \theta}{X + \tan \theta} \tan h$$

Si on reporte cette expression de  $\cos(A - D)$  dans la relation (2) donnant Y, on peut écrire  $\sin(A - D)$  :

$$\sin(A - D) = \frac{1}{\cos \theta} \frac{Y \tan h}{X + \tan \theta}$$

En élevant ces deux dernières relations au carré et en les ajoutant membres à membres, on élimine l'angle  $A - D$  en obtenant 1 et ainsi une équation du second degré en  $\tan \theta$ <sup>2</sup> :

$$\left( X^2 + Y^2 - \frac{1}{\tan^2 h} \right) \tan^2 \theta - 2X \left( 1 + \frac{1}{\tan^2 h} \right) \tan \theta + \left( 1 + Y^2 - \frac{X^2}{\tan^2 h} \right) = 0$$

La valeur de  $\tan h$  doit être calculée à partir de la relation donnant  $\sin h$  (voir référence [5]) :

$$\sin h = \cos \delta \cos \varphi \cos H + \sin \delta \sin \varphi$$

La résolution de cette équation donne deux valeurs de  $\tan \theta$  dont une doit être compatible avec l'inclinaison de la table déterminée approximativement. Connaissant  $\tan \theta$  et  $\cos \theta$ , il est alors possible de calculer  $\cos(A - D)$  et  $\sin(A - D)$  et ensuite, avec le bon signe, la valeur de l'angle  $A - D$ . L'azimut A peut être calculé à partir de la relation démontrée en référence [5]) :

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cos H - \tan \delta \cos \varphi}$$

On peut finalement en déduire la valeur de la déclinaison D.

Le dispositif qui permet de faire ces mesures est montré sur la figure 2. Sur une plaque de dimensions suffisantes (35 cm × 50 cm) sont fixées quatre équerres identiques, chacune à l'extrémité de deux lignes perpendiculaires. Sur chaque couple d'équerres se faisant face, on tend un fil fin. L'extrémité du gnomon droit est le point de croisement des deux fils. La hauteur des deux fils au-dessus de la plaque est égale à 50 mm. Un quadrillage (papier millimétré) fixé sur la plaque permet de déterminer les coordonnées de l'ombre des deux fils.

---

2.  $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$

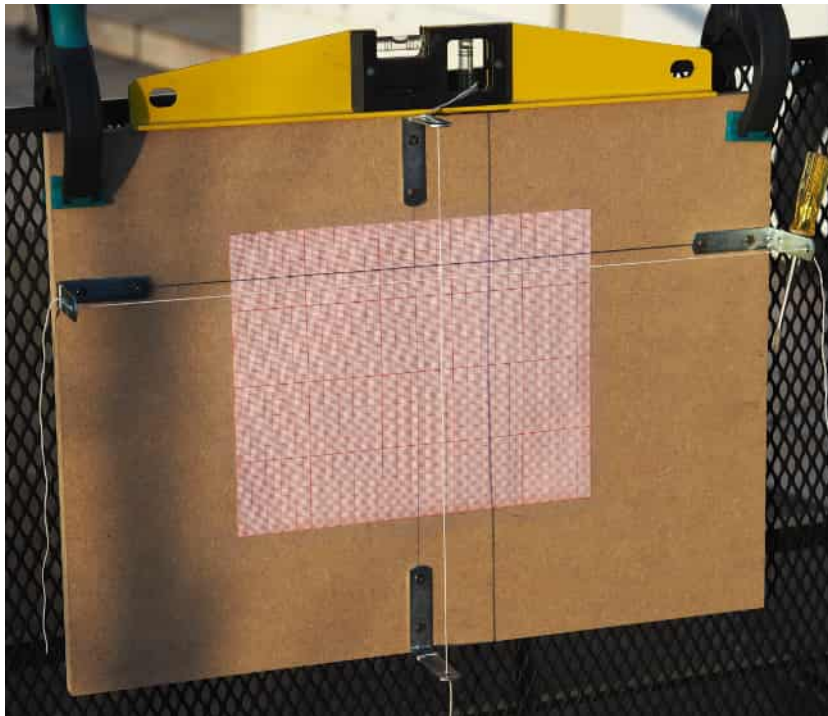


FIGURE 2 – Appareillage de mesure.

D'un point de vue expérimental, il convient d'effectuer plusieurs mesures de la position de l'ombre au cours de la même journée. Les résultats obtenus lors d'une série de mesures sont indiqués sur la figure 3. Ils montrent qu'il est possible de déterminer la déclinaison gnomonique et l'inclinaison d'une surface plane à un demi-degré près<sup>3</sup>.

Latitude :	45,4°N	Longitude :	4,34°E	Déclinaison du Soleil :	-2,20°
Longueur gnomon :	50 mm				
Inclinaison approximative :	6,2°		(mesurée avec un niveau à affichage numérique)		
Heure TSV	x (mm)	y (mm)	Theta (°)	D (°)	
12.89	38	-22	6.67	43.7	
13.383	34	-13,5	5.83	43.31	
14.597	23,5	3,5	6.1	43.03	
15.434	16	13	7.19	43.73	
16.016	11,5	20	7.19	43.79	
16.471	8	26,5	7.05	43.14	
16.892	4,75	31,5	6.4	43.65	
17.23	1,25	36,25	6.62	44	
		Moyenne :	6.63	43.57	
		Ecart type	0.50	0.36	

FIGURE 3 – Résultats des mesures.

3. Un tableur Excel est à disposition de celui qui aurait besoin d'utiliser cette méthode.

Enfin, il faut noter que les relations (1) et (2) permettent de tracer les lignes horaires et les arcs diurnes d'un cadran dont on a déterminé la déclinaison et l'inclinaison.

## Remerciements

Mes remerciements vont à Y. Massé qui m'a finalement convaincu que cette méthode pouvait donner de bons résultats. Ils vont également à C. Busto dont l'application Gnomonic Photo est une aide précieuse pour ce type de mesure.

## Références

- [1] G. Labrosse : « Kit de mesure d'inclinaison et de déclinaison », *Cadran Info* n° 9, mai 2004.
- [2] Y. Massé : « Calcul de l'orientation d'un plan ORICAD », *Cadran Info* n° 10, octobre 2004.
- [3] <http://gnomonique.fr/forum/>
- [4] H. Gagnaire : [www.pearltrees.com/hengag](http://www.pearltrees.com/hengag) — Cadrans Plans.
- [5] D. Savoie : *Les cadrans solaires*, éd. Belin, Pour la Science, 2007.



---

## La bague-astrolabe du Pape Alexandre VI (fin du XV<sup>e</sup> siècle)

par Éric Mercier

---

*À partir d'une traduction d'un ouvrage de 1492 signé par Bonet de Lattès (1450–1514) et d'une illustration présente dans les premières éditions (avant 1500), on propose ici un essai de reconstitution de la bague-astrolabe qu'il a offert au pape Alexandre VI. Pour réussir la miniaturisation de l'instrument, l'auteur a introduit un certain nombre de variantes par rapport aux astrolabes classiques. Elles sont décrites et analysées. Dans le livre lui-même, les fonctions gnomoniques de l'instrument sont éclipsées par celles à connotation astrologique.*

### 1 Introduction



**FIGURE 1** – Un portrait du Pape Alexandre VI (anonyme, Musée des Offices de Florence).

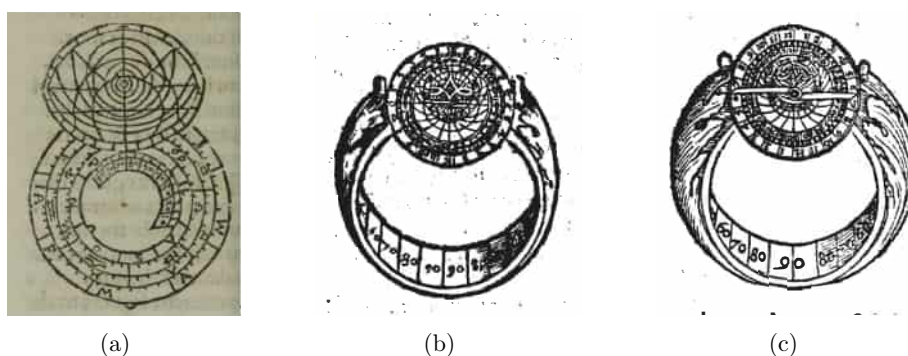
Quand Rodrigo de Borja (= Borgia) (1431–1503) fut élu Pape sous le nom d'Alexandre VI<sup>1</sup> (fig. 1), il a très vite appelé à son service, comme médecin, Bonet de Lattès, lequel avait eu la bonne fortune de prévoir, astrologiquement<sup>2</sup>, son élection. Bonet de Lattès (Bonetus de Latis, ou Jacob ben Emanuel Provinciale; 1450–1510/14), était originaire du Sud de la France (Lattès est près de Montpellier). Il s'était installé en Italie et était devenu le rabbin de la communauté juive de Rome après avoir assuré la même fonction à Carpentras. Au début de son service au Vatican, Bonet de Lattès a offert au Pape une bague-astrolabe, sujet de la présente étude. Il semble qu'il en ait au moins deux exemplaires produits, car l'auteur en avait un en sa possession en 1507 qu'il a montré à Charles de Bovelles, célèbre humaniste, lors d'un de ses passages à Rome (Rodriguez-Arribas 2019). Aucun de ces instruments ne nous est parvenu.

---

1. L'Histoire retient surtout les mœurs dissolues et le népotisme de ce Pape.

2. Bonet de Lattès est un praticien convaincu de l'astrologie ... mais sans que le succès soit toujours au rendez-vous : par exemple, en 1498, il avait publié des prévisions sur le retour du Messie pour l'année 1515.

En même temps qu'il réalisait, ou faisait réaliser, son cadeau papal, Bonet de Lattès a publié un petit livre (32 pages) décrivant l'usage de l'instrument : *Anuli per eum compositi super astrologiam utilitates* (= Anneau composé pour un usage astrologique). Cet opuscule fut par la suite réimprimé à de nombreuses reprises sous des titres, et avec des orthographes du nom d'auteur, fluctuants. Il y aurait au moins 19 éditions qui s'étalent de 1492 à 1558<sup>3</sup>. À partir de 1500, ce texte a été essentiellement repris au sein de compilations dans laquelle il est associé à des œuvres prestigieuses de Euclide, Regiomontanus, Sacrobosco (8 fois !), P. Beausard, G. Frisius, O. Fine etc.<sup>4</sup>. Trois de ces éditions, ou groupes d'édition, se distinguent par l'existence d'une illustration (fig. 2). On constate que le premier dessin (dans les éditions de 1492–1499 à Rome), réalisé très probablement sous le contrôle de l'auteur, ne s'accorde pas avec les deux autres (dans les éditions de 1537 à Marburg, et de 1557–1558 à Paris) qui sont nettement plus tardifs et surtout, posthumes.



**FIGURE 2** – Les trois illustrations disponibles de la bague-astrolabe : éditions de 1492, 1537 et 1557. Le premier dessin ne présente pas la rêle. L'image de 1537 correspond à l'astrolabe n° 172 de l'inventaire de Gunther (1932 ; p. 326).

Récemment, en 2017<sup>5</sup>, Josefina Rodriguez-Arribas a traduit en anglais le livre de Bonet de Lattès, et a proposé une reconstitution de l'instrument. Comme beaucoup de texte de cette époque, il s'agit d'un manuel d'usage ; l'instrument lui-même est très peu décrit et ce n'est souvent qu'à la faveur de la présentation d'une fonction qu'il est possible de deviner un des éléments constitutifs de l'instrument. Si l'on dispose d'une figure, ou d'un schéma, la tâche est bien sûr facilitée. Très curieusement Rodriguez-Arribas a basé sa reconstitution sur le dessin de 1557. Elle n'évoque que très rapidement le premier dessin dans une note infrapaginale (la note 32) pour affirmer, sans autres explications, que cette image *ne peut pas être une image de la bague*. Après avoir étudié la traduction, il me semble au contraire que cette première image est la bonne, et que les deux autres sont basées sur une interprétation tardive et, surtout, fautive.

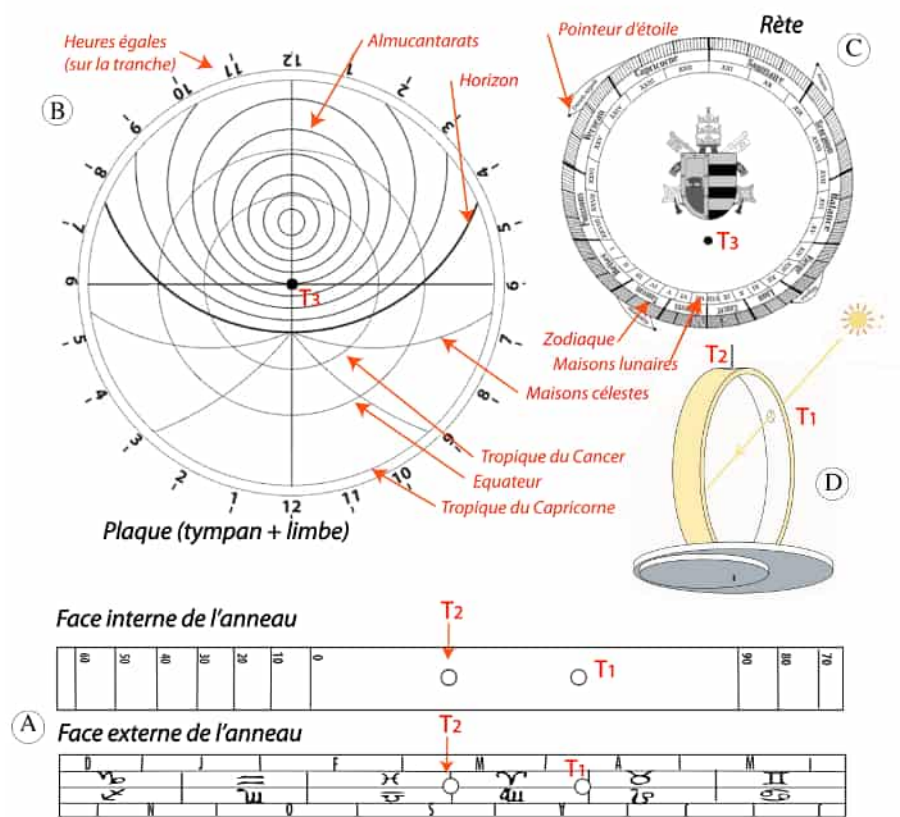
3. D'après Rodriguez-Arribas (2019), qui ne donne pas d'autres précisions, ces éditions seraient : Rome : 1492, 1493, 1494, 1498 & 1499 ; Venise : 1496 ; Paris : 1500, 1503, 1506, 1507, 1511, 1516, 1521, 1527, 1531, 1538, 1557, 1558 et Marburg : 1537.

4. Il semble que le latin de Bonet de Lattès soit mauvais, il s'en excuse d'ailleurs dans son livre ; de fait, certaines corrections de langue vont apparaître dans les éditions posthumes. Le titre va également évoluer, il faisait allusion à un instrument à usage astrologique sur les premières éditions ; ce sera un instrument présenté comme astronomique ensuite. Mais très curieusement, certaines erreurs ne seront jamais corrigées notamment celles, très gênantes pour la compréhension du texte, qui affectent spécifiquement les nombres !

5. Ce travail a été publié en 2017 dans la revue *Medieval Encounters* (23, 1–5, p. 45–105) puis a été republié comme chapitre dans un livre en 2019. Cette seconde version est la seule que j'ai consultée ; elle est référencée, dans ce qui suit, comme Rodriguez-Arribas (2019).

L'objet de cet article est donc de tenter de reconstituer l'instrument inventé par Bonet de Lattès en utilisant la traduction de Rodriguez-Arribas (2019) et la figure de 1492 ; ce sera également l'occasion de corriger certaines approximations ou erreurs scientifiques dans le commentaire accompagnant la traduction, et, parfois, d'aller plus loin dans l'analyse des usages. Au final, nous le verrons, je proposerai une vision significativement renouvelée de l'instrument. Nous allons maintenant explorer les différents chapitres du livre de Bonet de Lattès pour, d'une part justifier la reconstitution proposée, et d'autre part commenter les usages que propose l'auteur.

## 2 Chapitre I : La description de la bague-astrolabe



**FIGURE 3** – Proposition de reconstitution des constituants de la bague-astrolabe.

A : Intérieur et extérieur de l'anneau déplié. On reconnaît l'échelle des hauteurs, le double calendrier et les positions de l'œilleton ( $T_1$ ) et du trou de suspension ( $T_2$ ).

B : La plaque de l'astrolabe (c'est-à-dire tympan fixe & le limbe). Le trait gras matérialise l'horizon, avec au-dessus les almucantarats et, en dessous, les maisons célestes. Les heures indiquées en périphérie sur la figure sont en réalité sur la tranche de l'instrument.

C : La rète, avec le zodiaque, les maisons lunaires et les 4 étoiles dont la position a été recalculée ici pour la fin du XV<sup>e</sup> siècle.

D : Mesure de la hauteur solaire. La position de la tache lumineuse est lue sur l'échelle des hauteurs.

$T_1$  = l'œilleton ;  $T_2$  = le point de suspension de l'instrument pendant les mesures de hauteur ;  $T_3$  = l'axe de rotation de la rète sur la plaque.

Bonet de Lattès nous présente d’abord, dans ce chapitre, les différentes parties de son instrument sans préciser, pour l’instant, le mode d’emploi. Il suit un plan rigoureux et évoque successivement, l’anneau, la plaque de l’astrolabe (= limbe + tympan), sa roue tournante (= rète), les trous et une tige de visée creuse.

Sa description commence par les calendriers, zodiaque et civil, qui sont *circuitu annuli* (autour de l’anneau, c’est-à-dire sur sa face externe). En position *intra annulum* (à l’intérieur de l’anneau), on trouve une échelle de 0° à 90° qui permet de mesurer la hauteur des astres. Les références à l’anneau sont explicites, de plus, ces échelles sont clairement identifiables sur la figure de 1492 où elles forment l’anneau lui-même. On peut donc proposer une reconstitution des gravures de l’anneau (fig. 3 page précédente), mais elle ne pourra être justifiée qu’après avoir localisé l’œillet de visée des astres. On remarque dès à présent que cette reconstitution est différente de celle de Rodriguez-Arribas (2019) (fig. 4 page ci-contre), directement inspirée des figures de 1537 et 1557.

La plaque de l’astrolabe proprement dit, permet de voir : (1) les cercles des tropiques et de l’équateur, (2) dans la partie supérieure : les almicanarats (tous les 10 degrés), (3) et sous l’horizon : quatre *horæ erraticæ*. Rodriguez-Arribas (2019) traduit ce terme par heures saisonnières. Pourtant plus loin dans le texte (Chap. 11 et 13), les heures saisonnières (= inégales) sont qualifiées généralement de *inaequalis*. En fait ici, les *horæ erraticæ* correspondent aux limites d’une domification astrologique (cuspidés des maisons célestes) qui, nous le verrons, est probablement celle de Regiomontanus<sup>6</sup> (mort en 1476 à Rome). Enfin (4), sur la tranche de la plaque, l’auteur nous dit *quatre heures sont gravées avec des lignes*. Il s’agit clairement d’une coquille et il faut lire « vingt-quatre heures. . . ». Nous verrons que ce genre d’erreur, affectant spécifiquement les chiffres, ne sera pas rare dans la suite du texte.

La *rotula mobilis*, c’est-à-dire la rète, présente, classiquement, l’écliptique avec le calendrier du zodiaque, et des étoiles. Il y en a quatre : Aldébaran, Régulus, Antarès et Deneb Algedi. On remarquera que le choix a porté sur des étoiles situées immédiatement sous l’écliptique. De ce fait la réalisation matérielle de la rète est simplifiée ; elle n’a pas besoin d’être évidée et les pointeurs sont directement implantés en bordure (fig. 3 page précédente). Ensuite Bonet de Lattès nous dit que la *roue du zodiaque* comprend les vingt-huit demeures de la Lune<sup>7,8</sup>. Rodriguez-Arribas (2019) considère que les maisons de la Lune doivent être représentées sur l’arrière de l’astrolabe, ce qui est en effet l’habitude. Selon elle, ce qui est indiqué dans le texte

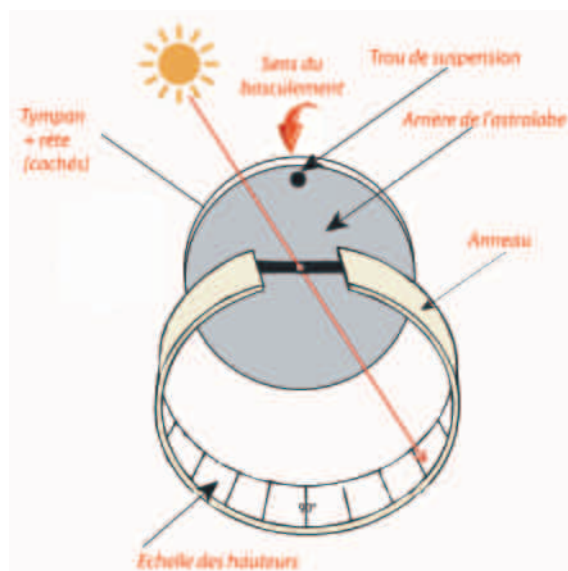
6. Notons que le tracé de ces heures erratiques est omis sur l’illustration de 1492 ; elles apparaissent sur les figures plus tardives, mais leur nombre dépasse ce qui est indiqué dans le texte à plusieurs endroits (4 heures erratiques). En fait, il s’agit, sur ces illustrations tardives, du dessin des heures inégales. Manifestement, les auteurs des dessins de 1537 et de 1557, ainsi que Rodriguez-Arribas (2019), ont assimilé les cuspidés et les heures inégales, ou saisonnières. C’est une approximation fréquente qui a une explication historique : avant le XV<sup>e</sup> siècle, les domifications étaient établies sur les heures inégales (voir Poulle 1999). Il s’agit du système attribué à al-Qabisi (= Alcabitus X<sup>e</sup> siècle) qui est repris notamment par Abraham ibn Ezra dans un traité publié à Béziers vers 1148 (North 1986). Ce système est utilisé par Chaucer dans son traité sur l’astrolabe de la fin du XIV<sup>e</sup> siècle (voir Poulle, 2010)). Les heures inégales peuvent alors prendre le nom d’heures planétaires (Savoie, 2008). Il ne semble pas que Bonet de Lattès ait utilisé ce système de domification antique (voir plus loin : analyse des Chap. 11 et 13), mais plutôt celui de Regiomontanus, dans ce cas les cuspidés et les heures inégales ne sont pas équivalentes, pourtant, Bonet de Lattès lui-même entretient la confusion par un manque de rigueur terminologique. En effet, dans les chapitres 11 et 13 qui, vu les explications du texte, ne concernent que les heures inégales, il utilise l’un des termes pour l’autre. Notons enfin que le terme *horæ erraticæ*, pour désigner les maisons célestes, semble spécifique à cet auteur.

7. Pour une présentation de ces demeures / mansions / maisons lunaires, voir Savage-Smith, 1984, p. 119.

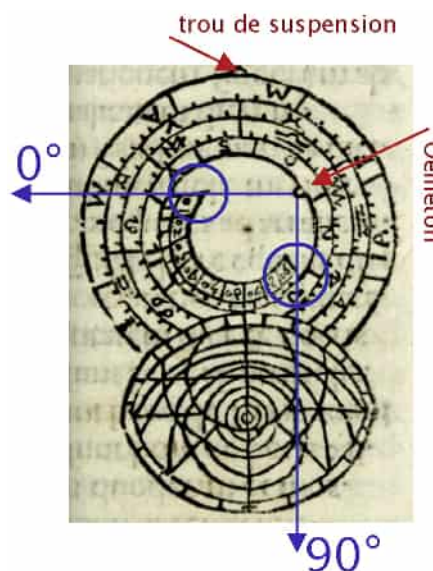
8. L’auteur précise par ailleurs, au sujet des demeures de la Lune, que *sept contiennent trois signes* (le texte est le même dans toutes les éditions que j’ai consultées). Je pense qu’il faut comprendre vingt-sept contiennent treize signes, et que c’est un nouvel exemple de coquille affectant des chiffres. En effet  $(27 \times 13) + 14 = 365$ . Il y aurait donc 27 demeures de 13 jours et une de 14 jours pour faire une année complète. Mais il n’est pas certain que cette explication soit correcte dans la mesure où le zodiaque était plus probablement divisé en 360°, et non en 365 jours.



n'est pas possible. Je ne partage pas cette opinion et nous verrons plus loin (Chap. 22) les potentialités de cette innovation.



**FIGURE 4** – Schéma de la bague-astrolabe d'après Rodriguez-Arribas (2019) représentée ici avec la plaque basculée pour permettre la lecture de la hauteur solaire sur l'échelle, unique, de l'anneau. La plaque est gravée sur les deux faces avec, notamment à l'arrière, le double calendrier et les maisons lunaires.



**FIGURE 5** – La lecture de la hauteur solaire sur la figure de 1492. On suppose que les petits cercles correspondent à l'ocillon et au trou de suspension. L'échelle des hauteurs, tel qu'elle est dessinée, est compatible avec cette hypothèse.

Puis l'auteur fait l'inventaire des trous qui permettent à l'instrument de fonctionner ; il y en a trois. Le premier correspond à l'axe de rotation de la rète, il précise que cette axe *lie solidement la roue à l'anneau* (c'est moi qui souligne). Puis il y a deux autres trous, sur l'anneau (*medio annuli & summitate annuli*), qui permettent de suspendre l'anneau, pour l'un, et de servir d'ocillon, pour l'autre. J'ai supposé que ces deux trous correspondaient aux petits cercles visibles sur la figure de 1492. En tout cas cette hypothèse est tout à fait cohérente avec le dessin de l'échelle de hauteur qui est visible dans l'anneau (fig. 5). Rodriguez-Arribas (2019) positionne les trois trous sur la plaque de l'astrolabe ce qui l'oblige à admettre qu'il y a deux axes de rotations ; un, horizontal, qui permet à la plaque de basculer, et un, vertical, qui est l'axe de rotation de la rète et qui est creux pour remplir le rôle d'ocillon (fig. 4). Chacun pourra juger de la crédibilité de cette hypothèse.

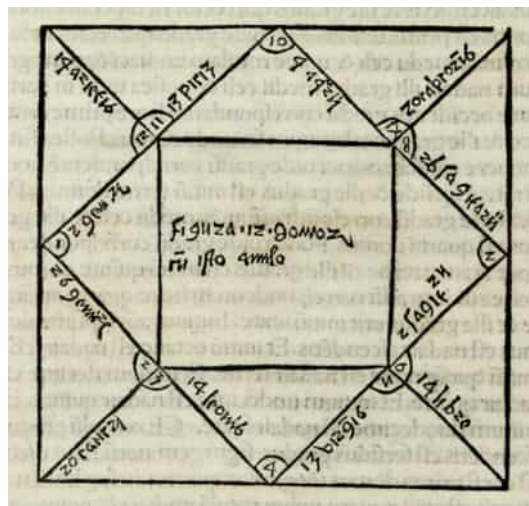
Enfin, Bonet de Lattès précise qu'il faut un petit bâton creux, qui doit être introduit dans l'ocillon, pour viser les étoiles la nuit. On remarquera pour finir que la figure de 1557 indique l'existence d'une alidade dont Bonet de Lattès ne parle nulle part : cette alidade fait partie des erreurs de la réinterprétation tardive.

### 3 Les chapitres 2 à 6 : Le tracé du cadre / grille d'un horoscope

Pour dresser un horoscope médiéval, il faut d'abord en établir le cadre, c'est-à-dire les limites des maisons célestes (cuspides). Bien qu'il ne le dise pas explicitement, le but de Bonet

de Lattès dans ces chapitres est précisément de montrer comment tracer ce cadre. Un tel cadre<sup>9</sup> illustre d'ailleurs le chapitre 6 dans la première édition (fig. 6), il a disparu ensuite (à partir de l'édition de 1500<sup>10</sup>).

Les chapitres 2 et 3 expliquent la correspondance entre le calendrier civil et le calendrier du zodiaque. Le chapitre 4 explique comment trouver l'altitude du Soleil (voir fig. 3-D) ce qui permet, grâce à une manipulation simple de l'astrolabe, de déterminer l'ascendant (partie du zodiaque qui est sur l'horizon Est au même instant) ; c'est l'objet du chapitre 5. Tout cela est classique, par contre le chapitre 6 qui explique comment déterminer la position du début des maisons célestes est relativement original. Classiquement, on utilise pour cela un tympan spécial représentant le découpage du ciel en maisons célestes (Michel 1976, D'Hollander 1999) ; et c'est l'intersection de ces limites avec le zodiaque de la rète qui marque la valeur des limites (flèches rouges de la figure 7 page suivante) que l'on reportera sur l'horoscope (fig. 6)<sup>11</sup>. Dans le cas présent, seules les cuspides des maisons 1 à 7 sont visibles sur la plaque (fig. 3-B), on ne peut déterminer que le début des 7 premières maisons (flèches vert clair sur la figure 7). Bonet de Lattès dit déterminer les autres par symétrie axiale (flèches jaunâtres de la figure 7). Cette procédure est correcte et devrait donner un résultat équivalent à la procédure classique. Pourtant les valeurs qu'il donne dans son texte sont entachées d'une approximation sensible.



**FIGURE 6** – Le cadre (ou la grille) d'horoscope de l'édition de 1492. Les numéros et les limites entre les maisons célestes sont celle de l'exemple traité dans le chapitre 6.

## 4 Les chapitres 7 à 13 : les différents types d'heures

Les chapitres 7, 8 et 9 expliquent comment déterminer, pendant la journée et grâce à l'astrolabe, les heures respectivement françaises<sup>12</sup>, italiennes<sup>13</sup> et babyloniennes<sup>14</sup>. On notera que Bonet de Lattès conseille d'utiliser un fil pour repérer l'heure sur le limbe, ce qui montre que, contrairement à ce que suggère la figure de 1557, il n'y a pas d'alidade sur l'instrument. Puis c'est la manipulation permettant de connaître les durées du jour clair et de la nuit qui est décrite (chapitre 10).

9. Il s'agit bien d'un cadre qui ne deviendra un horoscope que lorsque la position de planètes, sera ajoutée dans les différentes maisons célestes. La détermination de la position de ces planètes nécessite normalement l'utilisation d'éphémérides (voir discussion complémentaire au sujet du chapitre 30).

10. C'est-à-dire la 6<sup>e</sup> ré-édition, qui est aussi la première édition parisienne (Rodriguez-Arribas 2019) ; les éditions romaines (1492–1499) restent apparemment similaires à l'édition originale (même imprimeur / éditeur), et je n'ai pas pu consulter l'édition vénitienne (1496).

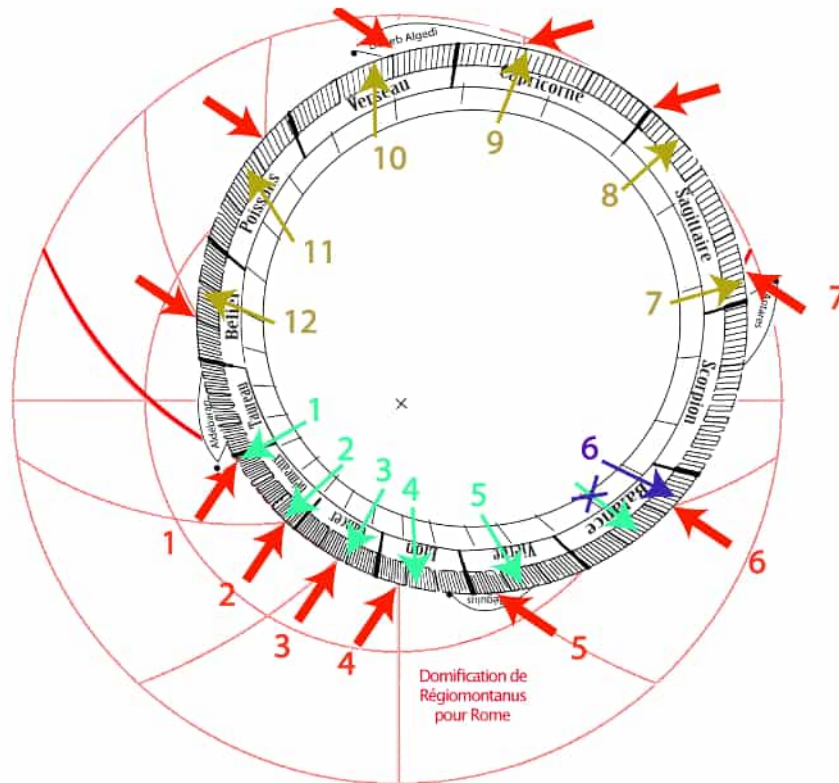
11. Il existe de nombreux systèmes de domification, j'ai choisi ici le système de Regiomontanus qui semble le plus probable sur le plan historique, et surtout qui correspond assez bien aux valeurs trouvées par Bonet de Lattès, notamment pour les premiers cuspides (éléments de discussion en légende de la figure 7 page suivante).

12. C'est-à-dire comptée depuis minuit (matin) ou midi (après-midi). Bonet de Lattès profite de l'occasion pour rappeler qu'il est né en France.

13. C'est-à-dire comptée depuis le précédent coucher du Soleil.

14. C'est-à-dire comptée depuis le lever du Soleil.

Les chapitres 11 à 13 traitent des heures, qui d'après vu les explications données, sont clairement des heures inégales. Il présente des procédures de calcul et ne fait aucune allusion aux lignes situées sous l'horizon du tympan. Ceci démontre que, en dépit d'une certaine confusion dans la terminologie <sup>15</sup>, ces tracés ne concernent pas les heures inégales, ou saisonnières, mais bien les cuspides, contrairement à ce qu'avait conclu Rodriguez-Arribas (2019).



**FIGURE 7** – Détermination de la position des limites des maisons célestes d'après la domification de Regiomontanus pour Rome (Tympan en rouge). L'exemple est celui du texte de Bonet de Lattès (ascendant au 2° des Gémeaux : limite 1°). Le début de chaque maison sur l'écliptique est indiqué par les flèches rouges. Les flèches de couleur vert clair correspondent aux valeurs données par Bonet de Lattès pour le début des 6 premières maisons. La correspondance est bonne à une probable coquille près : le début de la 6<sup>e</sup> maison n'est pas au 14<sup>e</sup> degré de la Balance, mais au 24<sup>e</sup> (flèche bleu foncé). Par contre, pour les 6 dernières maisons, déterminées par symétrie axiale (flèches jaunâtres) par l'auteur, la correspondance avec les valeurs obtenues par la procédure classique (flèches rouges), est approximative.

## 5 Les chapitres 14 à 33 : des usages... pêle-mêle

À partir du chapitre 14, la logique du plan est indiscernable, les chapitres se succèdent sans logique, en voici les titres avec un commentaire succinct.

15. À plusieurs endroits dans les chapitres 11 et 13, l'auteur utilise le terme *horæ erraticæ*, à la place de *inaequalis*, ce qui participe grandement à la confusion.

*Chapitre 14 : Connaître l'altitude du soleil à midi (à une date quelconque).*

*Chapitre 15 : Connaître la position du soleil (à midi) sans connaître la date*  
dans les deux cas, il s'agit d'une manipulation simple de l'astrolabe.

*Chapitre 16 : Savoir quel jour est égal à un autre*  
par lecture directe sur les calendriers de l'anneau.

*Chapitre 17 : Connaître la déclinaison des signes de la ligne équinoxiale*  
il s'agit en fait des signes du Zodiaque, et donc de l'écliptique, cette détermination est faite suite à une manipulation simple de l'astrolabe.

*Chapitre 18 : Connaître la latitude d'un lieu*  
c'est le résultat d'un calcul basé sur la mesure de l'altitude du Soleil à midi <sup>16</sup> (voir Chap. 14).

*Chapitre 19 : Connaître la latitude pour laquelle l'Anneau a été fabriqué*  
La co-latitude est l'angle entre le zénith et le pôle de rotation lu directement sur les almicantarats du tympan.

*Chapitre 20 : Pour connaître les ascensions des signes dans la Sphère Droite*

*Chapitre 21 : Pour connaître les ascensions des signes dans tout horizon incliné*  
c'est la description de la manipulation de l'astrolabe pour déterminer l'ascension de la rotation céleste nécessaire pour qu'un signe franchisse, respectivement, le méridien et l'horizon local.

*Chapitre 22 : Savoir dans quel signe se trouve la Lune sans connaître son altitude*  
en connaissant la position du Soleil sur l'écliptique et l'âge de la Lune, que Bonet de Lattès mentionne comme *combien de jours se sont écoulés depuis le jour de conjonction lunaire*, on peut localiser la Lune sur l'écliptique grâce aux maisons lunaires indiquées sur la rête. Il s'agit d'une procédure qui n'est absolument pas standard, tout simplement du fait que ces maisons lunaires ne sont jamais indiquées sur les rêtes d'astrolabe. C'est donc une innovation notable, mais curieusement, Bonet de Lattès ne nous dit rien de plus, notamment il n'indique aucune utilisation, ni dans le domaine de l'astrologie, ni dans celui de la gnomonique <sup>17</sup> (voir aussi le chapitre 29).

*Chapitre 23 : Connaître l'Ascendant de la Révolution natale ou de la Révolution du Monde*  
il s'agit de tenir compte du fait qu'une année ne fait pas exactement 365 jours si bien que, pour un astrologue, l'anniversaire d'une naissance ne tombe pas le même jour à la même heure tous les ans. Il faut le retarder cet instant de 5 h 48' soit 81 degrés de révolution du Soleil sur son orbite quotidienne. Une des conséquences de ce décalage est que, à ce moment, l'ascendant n'est pas le même que celui de l'année précédente, le contexte astrologique n'est donc plus le même.

---

16. Notons l'existence d'une nouvelle coquille affectant un chiffre dans le second exemple (signalée par Rodriguez-Arribas (2019)).

17. On pourrait par exemple utiliser cette localisation de la Lune sur l'écliptique pour déterminer l'heure à partir d'une mesure de sa hauteur, comme on le fait classiquement avec le Soleil ou une étoile. Cette détermination serait certes approximative, du fait de l'inclinaison de 5°, environ, de l'orbite de la Lune par rapport à l'écliptique, mais de toute façon, vu la taille de l'instrument, toute précision est illusoire.

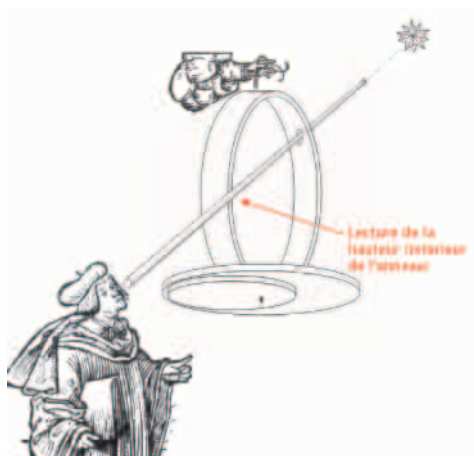
Mais, dans son explication, Bonet de Lattès se trompe, il retient  $6\text{ h} + \frac{1}{5}\text{ h}$  soit  $93^\circ$  (alors que la vraie valeur est proche de  $6\text{ h} - \frac{1}{5}\text{ h}$ ). C'est bien une erreur de l'auteur<sup>18</sup>, la durée quasi-exacte de l'année tropique était déjà connue par les astronomes depuis les tables alphonsines vers 1242 (voir Perbost 1984), ou au moins depuis leur expression parisienne du XIV<sup>e</sup> siècle<sup>19</sup> (Poulle, 1980, note : (a) de la p. 251 ; Meeus & Savoie 1992 ; Chabas & Goldstein 2012, p. 219).

*Chapitre 24 : Trouver le maître de l'heure de jour et de nuit*

ce chapitre est construit autour d'un tableau, classique en astrologie ancienne, qui permet de déterminer la planète régente selon l'heure inégale de jour ou de nuit. L'auteur nous renvoie donc au chapitre 11<sup>20</sup>.

*Chapitre 25 : Connaître l'altitude des étoiles*

l'auteur détaille l'usage d'un bâton creux . La mise en station est schématisée à la figure 8. Comme c'est à priori une des quatre étoiles de la rète qui sera visée, la hauteur mesurée maximale ne dépassera que de très peu  $72^\circ$ <sup>21</sup>. La présence de la plaque de l'astrolabe inamovible, ne constitue donc pas un obstacle à la mise en station du bâton creux, et à la visée (fig. 8). L'exploitation de cette hauteur pour les usages astrologiques et gnomoniques est expliquée dans les deux chapitres suivants.



**FIGURE 8** – Schéma de la mise en station pour effectuer une mesure de la hauteur d'une étoile. En pratique cette lecture devait être difficilement réalisable.

*Chapitre 26 : Connaître le degré de l'ascendant de nuit*

c'est l'équivalent du chapitre 5, mais en utilisant une étoile à la place du Soleil.

*Chapitre 27 : Pour savoir combien d'heures dure la nuit*

Contrairement à ce que pourrait laisser penser le titre il est question de déterminer, avec l'astrolabe, depuis combien de temps a eu lieu le coucher du Soleil (début de la nuit), ou le

18. Il est également possible que cette erreur s'inscrive dans une tradition antique de confusion entre l'année tropique et l'année sidérale. Cette tradition fautive est originaire du monde Indien ; elle est passée dans le mode médiéval occidental par l'intermédiaire d'auteurs arabes ; notamment al-Khwarizmi (IX<sup>e</sup> siècle, Bagdad) et al-Khhammad (XII<sup>e</sup> siècle, Cordou), un élève d'Azarquiel, on en retrouve des traces au moyen-âge (voir Chabas 2019, p. 97).

19. Il faut ajouter les auteurs arabes, notamment al-Battani (IX<sup>e</sup> siècle) qui donne  $365\text{ j }5\text{ h }47'$  et qui avait été traduit plusieurs fois en latin depuis le XII<sup>e</sup> siècle.

20. Dans l'édition de 1492, c'est bien au chapitre XI (11) qu'est fait le renvoi, par la suite une coquille « chapitre 2 » introduite avant 1527 sera générale. C'est une des rares coquilles affectant un chiffre qui n'est pas dans l'édition d'origine!

21. C'est-à-dire la co-latitude de Rome + l'inclinaison de l'écliptique.

nombre d'heures qui nous sépare, avant ou après, de minuit. La procédure est en deux étapes. Curieusement l'auteur ne mentionne pas la lecture directe, plus simple, de l'heure nocturne.

*Chapitre 28 : Connaître le degré de l'Ascendant sans la latitude, sans les étoiles la nuit et sans le soleil le jour*

c'est l'équivalent de la proposition 5, mais on connaît la date et l'heure et non la hauteur du Soleil (ce qui revient au même).

*Chapitre 29 : Savoir dans quel degré du signe se trouve la Lune sans connaître la conjonction*

Il s'agit de localiser la Lune sur l'écliptique, après avoir mesuré sa hauteur et positionné la règle dans la position du jour à l'aide d'une étoile ou du Soleil. Cette procédure permet de connaître l'âge de la Lune (grâce aux maisons lunaires de la règle), mais curieusement l'auteur n'en parle pas.

*Chapitre 30 : Pour connaître la position des planètes*

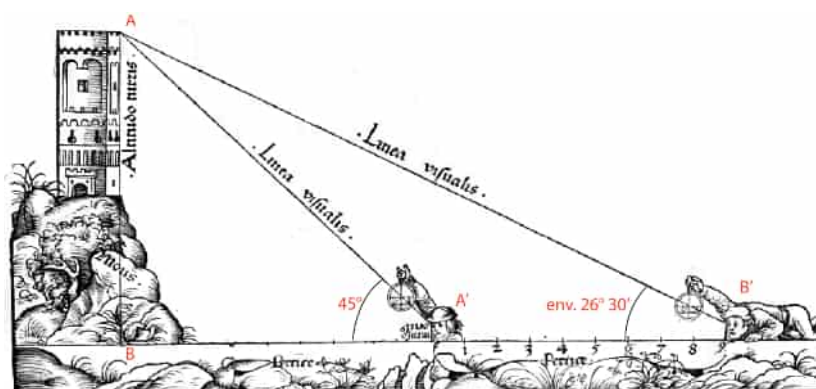
Procédure équivalente à celle du chapitre précédent. Dans un cas comme dans l'autre, on suppose que la latitude écliptique de l'astre est nulle, ce qui introduit une approximation dont ne parle pas l'auteur. Par ailleurs, en théorie et à cette approximation près, ce chapitre donne les éléments pour compléter l'horoscope dont la grille a été déterminée dans les 6 premiers chapitres. Là encore l'auteur n'en dit rien.

*Chapitre 31 : Pour savoir quand une planète est au sud ou au nord*

c'est-à-dire au-dessus ou en-dessous de l'écliptique. Il s'agit donc de la mesure de la latitude écliptique, mais Bonet de Lattès ne fait pas le lien avec les chapitres précédents. En théorie, cette méthode permet de corriger l'approximation signalée au chapitre précédent, l'auteur n'en dit toujours rien. On peut douter qu'une telle procédure, qui demande de surveiller le passage du Soleil et de la planète au méridien, et de mesurer leur culmination, ait jamais été réalisée avec la bague-astrolabe !

*Chapitre 32 : Pour savoir si la planète est rétrograde ou directe*

Il s'agit de comparer les hauteurs de la planète et d'une étoile proche à quelques jours d'intervalle mais globalement à la même heure. Ce chapitre se termine par une comparaison avec la Lune pour laquelle je n'ai pas d'explication.



**FIGURE 9** – Schéma illustrant le Chapitre 33 de Bonet de Lattès (d'après un dessin original modifié du traité de l'astrolabe de Stöffler de 1513).  $AB = A'B = A'B'$ .

*Chapitre 33 : Connaître la hauteur d'une tour ou de toute autre chose*

Ce genre d'usage topographique est habituellement largement développé dans les traités de l'astrolabe de l'époque. Ici un seul cas est évoqué, celui où la distance à l'objet mesuré est égale à sa hauteur (quand l'angle de visée est égal à  $45^\circ$ ). Dans la seconde partie, cas où la distance à l'objet n'est pas mesurable, l'auteur propose de reculer et de faire une nouvelle mesure, la distance entre les deux points d'observation donne la hauteur de la tour (fig. 9 page ci-contre). De façon surprenante, il manque la mention de la valeur de l'angle à obtenir lors de la seconde visée : c'est-à-dire environ  $26^\circ 30'$ . Cette lacune, qui est présente dès la première édition, et qui n'a jamais été corrigée dans les éditions successives, rend la fin de ce chapitre totalement inutilisable.

## 6 Conclusion

La bague-astrolabe que j'ai essayé de reconstituer ici était un objet de prestige, cadeau d'un médecin astrologue à son puissant patient, le pape Alexandre VI. Sur le plan technique les défis auxquels Bonet de Lattès a été confronté concernaient la miniaturisation : le diamètre de l'astrolabe ne devait pas dépasser 3 ou 4 centimètres. Pour cela diverses simplifications ont été introduites :

- déplacement sur l'anneau d'éléments habituellement présents à l'arrière de l'astrolabe (calendriers et fonction mesure) ;
- rète très probablement pleine (non évidée) avec seulement 4 étoiles situées immédiatement en bordure de l'écliptique ;
- tympan unique, sans lignes d'azimut, sans lignes d'heures inégales (saisonniers) et des informations astrologiques (maisons célestes) réduites.

Une innovation majeure a aussi été introduite, c'est celle de la présence des maisons lunaires sur le zodiaque de la rète. Curieusement cet ajout est quasiment inexploité dans les usages proposés par Bonet de Lattès.

Le livre, qui accompagne l'instrument, peut être divisé en trois parties :

- une première, qui est sans doute la plus importante dans l'esprit de l'auteur, donne les éléments qui permettent de construire le cadre, ou la grille, d'un horoscope ; horoscope qu'il n'y a plus ensuite qu'à compléter avec la position des sept planètes de l'Univers médiéval géocentrique.
- une partie plus gnomonique avec la présentation et la mesure et/ou calcul des différentes sortes d'heures.
- une dernière partie un peu fourre-tout, avec des usages qui sont en théorie corrects, mais difficilement applicables en pratique sur l'astrolabe miniaturisé. Il s'agit là clairement de « survendre » l'instrument, et de montrer qu'il a beaucoup plus de potentialités que celles que l'on utilisera vraiment.

Globalement, on constate donc que dans le texte de Bonet de Lattès les fonctions gnomoniques de l'instrument sont assez négligées et occultées par celles à tendance astrologique, mais cela n'est pas vraiment surprenant au regard du « profil » de l'auteur et le titre de l'édition originale.

Pour finir, il faut souligner deux faits, tout autant surprenants que paradoxaux :

- cet opuscule de Bonet de Lattès a eu une diffusion énorme avec 19 éditions. On le trouve notamment associé, au moins 8 fois, avec le traité de la sphère de Sacrobosco, « best-seller » absolu de l'astronomie médiévale, et base de l'enseignement universitaire en cette

matière (102 éditions, et plus de 200 commentaires ou adaptations connues) (Pantin in Valleriani 2020).

- pourtant, aucune des rééditions ne rectifie les nombreuses erreurs numériques, alors que certaines sont pourtant relativement simples à identifier et à corriger ! De plus, après 1499<sup>22</sup>, aucun des éditeurs successifs n'a pris la peine de reproduire la figure originale.

Cela apporte un éclairage surprenant sur l'édition scientifique au XVI<sup>e</sup> siècle.

### Quelques éditions facilement accessibles du traité de Bonet de Lattès sur la bague-astrolabe<sup>23</sup>

- ⚡ *Bonetus de Latis Anuli per eum compositi super astrologiam utilitates* : Rome Andreas Freitag 1492; disponible sur [archive.org/](https://archive.org/)
- ⚡ *Anuli per eum compositi super astrologiam utilitates* : Rome Andreas Freitag 1498; consultable sur [www.nli.org.il](http://www.nli.org.il).
- ⚡ *Textus De Sphaera Johannis de Sacrobosco Cum additione (quantum necessarium est) adjecta : Novo commentario nuper edito Ad utilitatem studentium Philosophice Parisiensis Academie illustratus Cum Compositione Anuli Astronomici Boni Latensio. Et Geometria Euclidis Megarensis*, Paris 1500; disponible sur [www.bvh.univ-tours.fr](http://www.bvh.univ-tours.fr).
- ⚡ *Textus de sphaera Johannis de Sacrobosco : Cum additione adiecta : Novo commentario nuper edito. . . illustratus cum Anuli Astronomici Boni Latensis, e Geometria Euclidis*, Paris 1507; disponible sur [reader.digitale-sammlungen.de](http://reader.digitale-sammlungen.de).
- ⚡ *Textus De Sphaera Johannis de Sacrobosco Cum additione (quantum necessarium est) adiecta : Nouo commentario nuper edito Ad utilitate studentiu Philosophice Parisieñ. Academie illustratus cu Co positione Anuli Astronomici Boni Latensis. Et Geometria Euclidis Megarensis*, Paris 1511; disponible sur [daten.digitale-sammlungen.de](http://daten.digitale-sammlungen.de).
- ⚡ *Textus de sphaera : Cum Compositione Anuli Astronomici Boneti Latensis, e Geometria Euclidia Johannes de Sacrobosco*; Lefèvre d'Étaples, Paris 1516; disponible sur [reader.digitale-sammlungen.de](http://reader.digitale-sammlungen.de).
- ⚡ *Textus de sphaera / Ioannis de Sacro Bosco; introductoria additione (quantum necessarium est) cofm]mentario[ue], ad utilitatem studentium philosophiae Parisiensis academiae illustratus; cum compositione Annuli astronomici Boneti Latensis, et Geometria*, Paris 1521; disponible sur [loyola.biblioteca.deusto.es](http://loyola.biblioteca.deusto.es).
- ⚡ *Textus de sphaera Joannis de Sacrobosco introductoria additione... commentarioque [Jacobi Fabri Stapulensis] ad utilitatem studendum philosophiae Parisiensis Academiae illustratus, cum compositione annuli astronomici Boneti Latensis et geometria Euclidis. . . Par Johannes de Sacro Bosco Parisiis : apud S. Colinaeum*, Paris 1527; disponible sur [bibliotheque.bordeaux.fr](http://bibliotheque.bordeaux.fr).
- ⚡ *Textus De Sphaera Ioannis De Sacrobosco : Introductoria Additione ... commentario[ue] ad utilitatem studentium Philosophiae Parisiensis Academiae illustratus. Cũ compositione Annuli astronomici Boneti Latensis : Et Geometria Euclidis Megarensis*, Paris 1531; disponible sur [books.google.fr](https://books.google.fr).

22. C'est-à-dire les éditions non romaines, mais un doute persiste sur l'édition de 1496 (Venise) dont je n'ai retrouvé aucunes traces.

23. Adresses Internet vérifiées le 6 juillet 2020.



- ⚡ *Annulorum trium diversi generis instrumentorum astronomicorum componendi ratio atque usus, cum quibusdam aliis lectu jucundissimis. . . — Meteoroscopium Joannis de Monte Regio, Annulus Boneti Judaei, Annulus vulgaris horarius. Annuli astronomici utilitatum liber. Edition : Marpurgi : apud E. Cervicornum, Marburg 1537, Éditeur Johann Dryander ; disponible sur [digital.onb.ac.at](http://digital.onb.ac.at).*
- ⚡ *Textus de Sphaera Ioannis de SacroBosco. . . Introductoria additione*, Paris 1538 ; disponible sur [books.google.fr](http://books.google.fr).
- ⚡ *Annuli astronomici, instrumenti cum certissimi, tum commodissimi, usus ex variis auctoribus Pierre Beausard, Bonet de Lattes, Johannes Dryander, Oronce Fine, Rainer Gemma Frisius, Burchard Mithob, Johannes Regiomontanus... apud Gulielmum Cauellat*, Paris 1557 disponible sur [books.google.fr](http://books.google.fr).
- ⚡ *Annuli astronomici, instrumenti cum certissimi, tum commodissimi*, Paris 1558 disponible sur [books.google.fr](http://books.google.fr).

## Références

- [1] Chabás J. (2019) : *Computational astronomy in the Middle ages*, CSIC, 456 p.
- [2] Chabás J. & Bernard R. Goldstein B. R. (2012) : *A Survey of European Astronomical Tables in the Late Middle Ages*, Brill, 250 p.
- [3] Gunther R.T. (1932) : *Astrolabes of the World. Based Upon the Series of Instruments in the Lewis Evans Collection in the Old Ashmolean Museum at Oxford*. Two volume set : 1. Eastern Astrolabes ; 2. Western Astrolabes, Oxford Univ. Press, 609 p.
- [4] D'Hollander R. (1999) : *L'Astrolabe, Histoire, théorie et pratique*, Institut océanographique éd., 383 p.
- [5] Meeus J. & Savoie D. (1992) : « The history of the tropical year », *J. British Astron. Assoc.*, 102, p. 40–42.
- [6] Michel H. (1976) : *Traité de l'astrolabe* ; Alain Brioux éd., 202 p.
- [7] North J. D. (1986) : *Horoscopes and history*, Warburg institute, 232 p.
- [8] Perbost P. (1984) : « Le calendrier grégorien ». *Bulletin de APMEP*, 343, p. 331–340.
- [9] Poulle E. (1980) : « Jean de Murs et les tables alphonsines », *Archives d'histoire doctrinale et littéraire du Moyen Âge*, p. 241–271.
- [10] Poulle E. (1999) : « L'horlogerie a-t-elle tué les heures inégales ? », *Bibliothèque de l'École des chartes*, 157, 137–156.
- [11] Poulle E. (2010) : « Traduction du traité de l'Astrolabe de Chaucer » in *Les contes de Canterbury et autres œuvres*, éd. Bouquins / Robert Laffont, p. 1517–1558.
- [12] Rodriguez-Arribas J. (2019) : « The Astrolabe Finger Ring of Bonetus de Latis : Study, Latin text, and English Translation with Commentary » in *Astrolabes in Medieval Cultures*, p. 45–106.
- [13] Savage-Smith E. (1984) : *Islamicate Celestial Globes : Their History, Construction, and Use*, Smithsonian Institution Press, 372 p.

- [14] Savoie D. (2008) : « Astrologie et gnomonique », *Cadran Info*, n° 17, p. 47–64.
- [15] Valleriani M. (2020) : *De sphaera of Johannes de Sacrobosco in the Early Modern Period*, Springer, 400 p.



## *La maison mystérieuse*

Sur un tableau présenté au musée « Marmottan-Monet » figure une maison ornée d'un cadran solaire. Il s'agit d'une toile de 1832 du peintre Alexandre Pau de S<sup>t</sup>-Martin intitulé « Maison de campagne dans les environs de Paris ». Où se situe cette maison ? C'est la question de notre collègue M. Turpin.

« D'après mes nombreuses recherches, ce peintre aurait séjourné vers 1830 dans la ville d'Avray. Il y a bien la maison du peintre Corot qui ressemble un peu à cette maison... Si par hasard parmi les lecteurs de *Cadran Info*, il y aurait un ou une qui pourrait lever le voile sur ce mystère, j'en serai ravie. Sinon cela donnera l'occasion d'aller admirer au musée du 2 Rue Louis Boilly, à Paris 16<sup>e</sup> dans la première salle octogonale du rez de chaussée, au fond à droite, ce charmant tableau ».



Photo de M. Turpin.

---

## Mario Tebenghi, gnomoniste d'autrefois, la vie et les œuvres<sup>1</sup>

par Giorgio Mesturini<sup>2</sup> & Guido Tonello<sup>3</sup>

---

*Cet article est un hommage à Mario Tebenghi, l'artiste piémontais très prolifique récemment décédé et qui a beaucoup contribué à la renaissance moderne de la gnomonique, de la part de deux amis et collaborateurs dans certaines réalisations gnomoniques. Il a aussi le but d'offrir à ceux qui n'ont pas eu l'occasion de le rencontrer de connaître sa personnalité et une partie de ses nombreuses réalisations.*

Mario Tebenghi (fig. 1) naît à Montiglio Monferrato (AT) le 11 juillet 1922, dans une famille de boulangers et commence très tôt à s'intéresser aux cadrans solaires, lorsque adolescent il suit avec intérêt les enseignements du « cadranier » Cichinin, vieux sonneur de cloches et sacristain du village natal.



**FIGURE 1** – Le Ch. Mario Tebenghi (1922–2019). **FIGURE 2** – Le petit Mario avec sa famille; déjà le pinceau à la main.

---

1. Article publié dans la revue italienne *OROLOGI SOLARI*, n° 20, Décembre 2019. Traduction en français de Anna Maria Traversa et Riccardo Anselmi.

Le Ch. Mario Tebenghi est présenté dans cet article par deux de ses amis qui ont été aussi ses collaborateurs pour certaines réalisations gnomoniques : un hommage à un artiste piémontais très prolifique, qui a beaucoup contribué au développement et à la renaissance moderne de la gnomonique ainsi qu'une opportunité pour mieux faire connaître sa personnalité et ses œuvres.

2. [giormest@email.it](mailto:giormest@email.it)

3. [guido.tonello@alice.it](mailto:guido.tonello@alice.it)

Une photo de famille (fig. 2 page précédente) intéressante prise on suppose dans les années 30, au cœur de vingt ans de fascisme, qui le présente encore enfant, devant la porte du four de famille, à côté du chevalet avec palette et pinceau à la main représentant les actes du Chef du Gouvernement de l'époque.

Cichinin apprend au jeune Mario la méthode ancienne du traçage des cadrans solaires avec règle et compas, typique de l'époque, méthode déjà appliquée par le légendaire Giovanni Francesco Zarbula, auteur piémontais qui à la moitié du XIX<sup>e</sup> siècle travailla beaucoup entre les montagnes et les vallées du Piémont et de la Savoie.

Ayant le penchant pour le dessin et les arts figuratifs, Mario va à Turin où il travaille comme graphiste publicitaire, avant au cabinet Testa et successivement au Centre Historique de Documentation FIAT.

Vers 1960 il a l'opportunité de reprendre l'art ancien de la gnomonique et de le poursuivre jusqu'en 2000, en réalisant plus de cinq cents cadrans, avec un graphique incomparable et une technique raffinée, en fuyant les nouvelles technologies et les systèmes modernes de calcul informatique qui commençaient à s'imposer.

En 1995 il a reçu le titre de *Chevalier de l'Ordre au Mérite de la République Italienne*. Il est protagoniste de nombreux articles parus dans les journaux, régionaux et nationaux, même prestigieux, et on lui offre l'opportunité de participer à de nombreux programmes télévisés ainsi que « Portobello » présenté par Enzo Tortora et « Uno Mattina » avec Livia Azzariti.

Il contribue à la rédaction d'un certain nombre de livres parmi lesquels *Se ne va il tempo come l'ombra* (Tebenghi–Tonello–Valente), *Meridiana — La misura del tempo* (Doglio–Tebenghi) et *La Meridiana di Torino* (Doglio–Tebenghi). Il a toujours été un extraordinaire conteur d'anecdotes et d'histoires qui l'ont accompagné et qui ont caractérisé sa longue vie artistique et sociale.

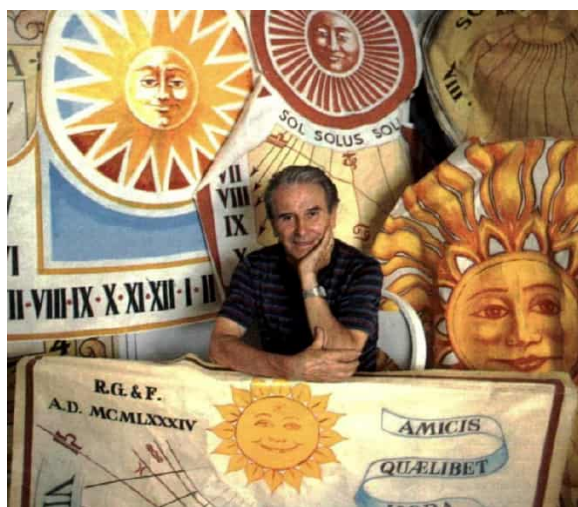
Que peut-on encore dire à propos de Mario Tebenghi qui n'ait pas déjà été dit et répété dans tous les journaux, revues et publications s'étant occupés de lui au cours de sa longue et prolifique vie de « peintre des cadrans solaires » ainsi que lui-même aimait se définir ?

Si on veut lire ce qui a été écrit à propos de lui il n'y a que l'embarras du choix : de « Famiglia Cristiana » (1988) à « Il Messaggero di S. Antonio » (1995), avec de magnifiques photos de ses cadrans, en balayant différentes publications et journaux : « L'Altro Piemonte » (1989), « La Stampa », non seulement sur les pages régionales mais aussi nationales, « La Valsusa », « Il Corriere di Chieri », « La Vita Casalese », « Il Monferrato », etc. . . . Même « Topolino », la bande dessinée italienne renommée de Walt Disney, lui a dédié deux articles, en 1990 et en 1994.

Mario Tebenghi a eu le grand mérite d'avoir contribué à la renaissance de la gnomonique après la première moitié du vingtième siècle, à une époque où elle avait presque été oubliée. Le fait d'avoir recommencé à construire des cadrans solaires et à relancer l'art gnomonique n'a représenté au début qu'une curiosité, ou le style de distinction de personnages d'une certaine importance (industriels, exerçant les professions libérales, célébrités du spectacle et de la culture) mais bientôt elle se diffuse à des niveaux plus populaires.

L'intérêt pour l'ancien art gnomonique a résisté dans le temps grâce aussi à son incessante activité, en stimulant plusieurs personnes à s'intéresser au sujet et à se passionner à un domaine spécifique d'activité auquel différemment ils n'auraient guère pensé. On a dit que Tebenghi a réalisé plus de cinq cents cadrans solaires, mais le nombre exact lui est inconnu, car il n'a pas gardé une mémoire historique exacte de ses oeuvres. Au contraire, à nous, intéressés à l'époque aux premiers recensements officiels qui le sollicitaient à fournir les adresses précises de ses réalisations, il avait l'habitude de dire : « . . . je sais y aller, donc je n'ai pas besoin de me souvenir de l'adresse précise . . . » ou bien : « . . . je l'ai écrit quelque part, mais je ne le retrouve

plus . . . ». Mais un certain désordre est l'une des caractéristiques des artistes imaginatifs, et Mario était un artiste bizarre à tout égard. . .



**FIGURE 3** – Mario Tebenghi, « peintre de cadrans solaires ».



**FIGURE 4** – Le dernier cadran solaire de Tebenghi, réalisé à Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT006564).

En nous fondant sur la base des données modernes *Sundial Atlas*, nous découvrons qu'il existe un « parcours » créé par Silvano Bianchi (l'un des visiteurs plus fréquents de l'artiste, des articles et des notes duquel nous avons puisé en partie les informations) ayant comme titre : *Le Meridiane di Mario Tebenghi*, où sont répertoriées 420 œuvres (à la date du 18/11/2019). D'un point de vue statistique nous remarquons que 367 cadrans (au-delà de 87%) ont été réalisés au Piémont, entre les provinces de Turin (166), Asti (129), Alessandria (51), Vercelli (13), Cuneo (4), Biella (3), Novara (1). En dehors du Piémont, *Sundial Atlas* indique des cadrans de Tebenghi en : Vallée d'Aoste (12), Lombardie (23), Ligurie (7), Toscane (10) et Vénétie (1). Toujours en visant à compléter les statistiques nous avons cherché à étudier les années de réalisation, en rencontrant maintes difficultés, car plusieurs cadrans ne présentent pas l'année de construction. Parmi les données qui existent on remarque que c'est la décennie 1990–2000 où Tebenghi a réalisé la plupart de ses œuvres, avec une moyenne d'une trentaine de cadrans solaires par année, ou même plus. Il n'a pas été possible de repérer son premier cadran réalisé en 1960. Je me souviens que nous l'avons interrogé à ce propos mais la réponse fut incertaine : il ne se souvenait pas exactement, il affirmait qu'il devait être à Turin ou dans les alentours. Il ne devrait pas y avoir de doutes par contre à propos du dernier cadran signé par lui, fait à Montiglio Monferrato en 2006, sur une paroi déclinante Nord-Ouest, et pour faire cela il a eu des collaborateurs aussi bien pour les calculs que pour les décorations (fig. 4).

Les requérants des œuvres ont été pour Tebenghi surtout privés, à travers un réseau touffu de bouche à oreille : il n'a jamais fait de publicité par le biais des moyens de communication, journaux ou autres. Il a toujours laissé parler ses cadrans. Un certain nombre de cadrans solaires ont été réalisés sur des bâtiments publics, des mairies, des églises, des écoles.

Les restaurations ou remaniements d'anciens cadrans ont été nombreux (fig. 5 page suivante), mais la plupart concerne la production de nouveaux cadrans solaires, surtout avec le style polaire. Le style orthogonal a été adopté exclusivement pour les cadrans solaires tracés sur des murs très déclinants. Le cadran solaire typique de Mario Tebenghi indique l'heure vraie du fuseau et le midi local, souvent avec une double échelle (les heures d'hiver et d'été) ; presque

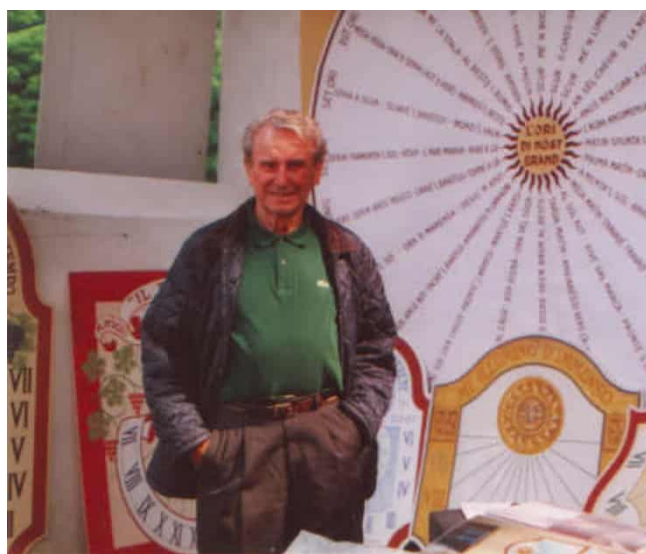
toujours est présente la ligne équinoxiale, tandis que moins fréquemment on retrouve les courbes de déclinaison.

Un grand nombre de cadrans solaires présentent le tracé italique ou mixte, surtout quand il s'agit de restauration ou de nouveaux projets sur des bâtiments anciens ou qui présentent une certaine valeur artistique.

L'une des spécificités qui rend caractéristique et immédiatement reconnaissable un cadran solaire de Tebenghi est le Soleil anthropomorphe et souriant, surtout dans sa production d'âge mûr. L'idée de base paraît à première vue répétitive, mais en analysant à fond les différentes réalisations on remarque une grande différence dans la typologie, car autant la forme que la quantité des rayons et l'expression du « visage » diffèrent.



**FIGURE 5** – Mario Tebenghi et le cadran solaire de l'église de S. Lorenzo à Turin (Sundial Atlas IT002076).



**FIGURE 6** – Mario Tebenghi, avec ses croquis, toujours réalisés à l'échelle réelle.

Sur la plupart des cadrans analysés paraît la ligne verticale, en général en rouge, qui se termine par une clochette ou par la lettre M, presque toujours avec l'écriture « midi vrai à . . . » où on indique le lieu, le village, le hameau, la ferme où avait été bâtie la maison.

Pour Tebenghi la devise a toujours eu une grande importance, on lui confie le devoir de compléter d'un point de vue graphique, d'encadrer, de décorer, de caractériser chaque cadran.

La devise est souvent déterminée par les choix, les cultures et la sensibilité du donneur d'ordre : sur les cadrans solaires que nous avons étudié on repère trois grandes « familles » : en latin, avec grand choix et fantaisie, en italien et en dialecte local.

Les graphismes sont toujours très soignés et étaient réalisés avec grande habileté directement sur la paroi, sans utiliser des ponçages, mais seulement à travers deux lignes au crayon au-dessus et au-dessous de l'inscription et d'un léger traçage au fusain.

Dans certains cadrans paraissent des inscriptions en « langues » différentes, en français, en ancienne langue d'oc, en sarde, en ligurien, en grec, en japonais. Dans les cadrans analysés on repère souvent la présence d'une remarquable phraséologie secondaire, avec des indications techniques telles que des coordonnées géographiques, des déclinaisons, année, des expressions de circonstance, des phrases commémoratives ou de souhait adressées au client, etc.

Mario Tebenghi a présenté ses maquettes, les photos de ses cadrans solaires et ses croquis préparatoires, toujours à l'échelle réelle, à de nombreuses expositions (fig. 6 page ci-contre). En particulier on peut mentionner celles de Turin, Milan, Palazzolo Vercelese, Asti, Montiglio Monferrato, Terruggia, Montegioco, Cavatore et d'autres encore.



**FIGURE 7** – Les années passent (le calendrier tout au fond indique 2003) et l'activité de Tebenghi continue. . .

En 1999 l'association culturelle *L'Arvangia* de Alba l'a nommé Chevalier de la Lune, pour la raison suivante :

Mario Tebenghi, en qualité de restaurateur et peintre de cadrans solaires, a contribué aussi bien à la création de nouveaux cadrans solaires qu'à la restauration d'anciens. Quelques uns de ses récentes créations ont orné des immeubles, des villas et des fermes qui sont le fleuron des collines viticoles des Langhe, du Monferrato et du Roero, avec la prise de conscience qu'aujourd'hui redécouvrir une ancienne façon de mesurer le temps n'est plus la manie et le passe-temps d'un nombre réduit de personnes, mais est devenue une expérience plus vaste et structurée qui implique des architectes et des peintres. . .

En 2008 il a été décoré de la citoyenneté honoraire de son village d'origine, Montiglio Monferrato, où il était connu par tout le monde comme un homme dynamique et gai, qui aimait la vie et ses plaisirs.

A l'âge de 80 ans, en 2002, il était encore en pleine activité, habile à gravir des échafaudages avec l'agilité et la légèreté que les plus jeunes lui enviaient.

À cette époque les « Gnomonistes piémontais » organisaient des rencontres régulières et c'est à l'occasion d'une de celles-ci qu'on a voulu lui rendre hommage par une plaque souvenir (80 ans représentent une étape que seulement quelques uns peuvent atteindre) qui lui a été remise à l'occasion d'un repas en Mai 2003, en compagnie d'une cinquantaine de participants dans son village natal Montiglio Monferrato, avec la phrase suivante : *A Mario Tebenghi, doyen des Gnomonistes Piémontais*. Il avait l'habitude de dire que cette « mention élogieuse » plus que tout autre l'avait ému et enorgueilli. Les photos suivantes immortalisent ce moment :



**FIGURE 8** – Les gnomonistes piémontais fêtent avec Tebenghi ses 80 ans. Le cadran solaire qui est l’enseigne du restaurant « La Meridiana » de Montiglio Monferrato est bien sûr l’œuvre de Tebenghi (Sundial Atlas IT010065).

Mario Tebenghi est décédé chez lui, le 10 septembre 2019, à l’âge remarquable de 97 ans, en quittant sa femme Anna et ses enfants Danilo et Silvana. Il repose au cimetière de Brusasco (TO) village où il vivait depuis quelques dizaines d’années.

Pour nous qui le connaissons et l’apprécions il ne sera pas facile de nous faire une raison de son décès, bien que nous soyons certains que le « Maestro » veillera sur ses amis, collègues, « ses cadrans solaires », à travers les yeux de ses « soleils souriants » qui marquent, infatigables, le passage immuable du temps et de la vie.



**FIGURE 9** – Guido Tonello remet à Mario Tebenghi la plaque en hommage aux gnomonistes piémontais.



**FIGURE 10** – La main et la signature du Maestro.

Les photos qui terminent cet article ont été choisies au hasard dans la richissime galerie d’images et représentent un exemple circonscrit de la production gnomonique de Tebenghi.





**FIGURE 11** – Castagnole Monferrato (Sundial Atlas IT010745).



**FIGURE 12** – Montemagno (Sundial Atlas IT010170).



**FIGURE 13** – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT010793).



**FIGURE 14** – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT010191).



**FIGURE 15** – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT010787).



**FIGURE 16** – Moncalvo (Sundial Atlas IT010064).



**FIGURE 17** – Montafia (Sundial Atlas IT014356).



FIGURE 18 – Murisengo (Sundial Atlas IT010762).



FIGURE 19 – Robella (Sundial Atlas IT010731).



FIGURE 20 – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT010116).



FIGURE 21 – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT010118).

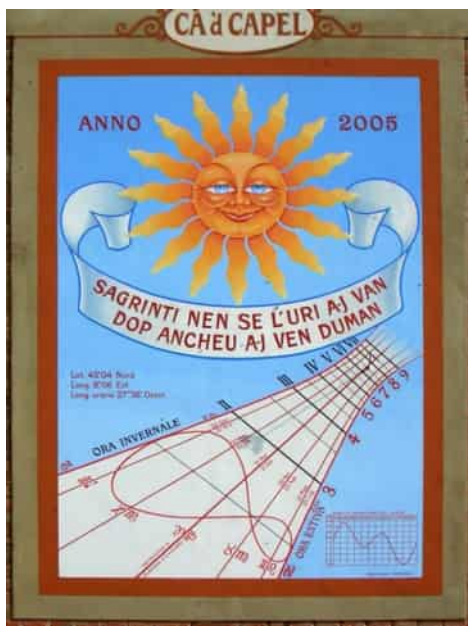


FIGURE 22 – Montiglio Monferrato (Sundial Atlas IT006600).



FIGURE 23 – Pino Torinese (Sundial Atlas IT007676).

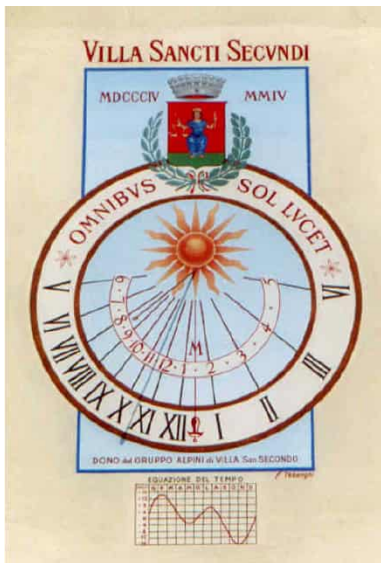


FIGURE 24 – Villa San Secondo (Sundial Atlas IT010220).

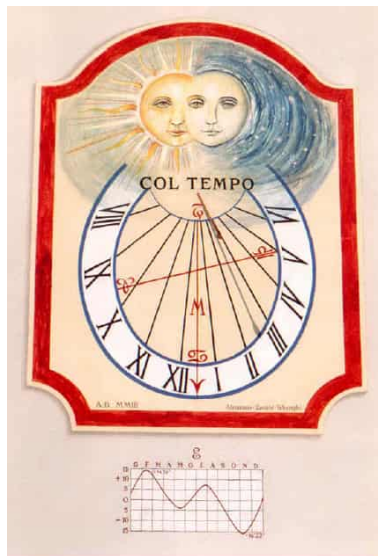


FIGURE 25 – Crescentino (Sundial Atlas IT010599).



FIGURE 26 – Villanova d'Asti (Sundial Atlas IT010932).



FIGURE 27 – Soglio (Sundial Atlas IT010936).



FIGURE 28 – Moncalvo (Sundial Atlas IT014444).



FIGURE 29 – Motta de Conti (Sundial Atlas IT016665).

## Références

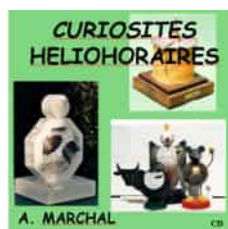
- [1] Silvano Bianchi, *Ore antiche e moderne in Canavese*, CD produit par l'auteur, 2011.
- [2] Silvano Bianchi, « Gnomoni curiosi », *Gnomonica Italiana*, n° 4, 2003, pp. 21 et 22.
- [3] Il Monferrato, *Le meridiane d'arte di Mario Tebenghi*, 9 Aout 1999, p. 19.
- [4] [4] Il Monferrato *Meridiane, il progetto di Tebenghi*, 5 Octobre 2001, p. 21.
- [5] « A Moncalvo spuntano le meridiane », *La Stampa*, 10 Juin 2001, p. 41.
- [6] « I signori delle meridiane », (supplément *Il Lunedì*), *La Repubblica*, 21 Juin 1999.

- [7] *Berlingke Tidende*, Copenhague, « Tael kun de lyse timer », 28 Octobre 2000, Kultur sektion.
- [8] Federica Canosso, « Orologi solari », *Aquae*, n° 18, Mars 1997, pp. 28–32.
- [9] Valori & Saponi, « Ritornano le meridiane », (suppl. a *La Piazza Grande*, n° 10, Mai 2001, pp. 6 et 7).
- [10] « L'ultimo saluto al grande maestro delle meridiane e arti grafiche », *La Nuova Periferia*, 18/09/2019, p. 65.
- [11] « La morte di Tebenghi », *La Vita Casalese*, 19/09/2019, p. 4.

## *Cadran originaux ...*



... réalisés il y a quelques années par notre collègue André Marchal. Les études gnomoniques, calculs, réalisations de cadrans originaux par A. Marchal sur CD.



À commander à Ph. Sauvageot (CCS)



---

# Calcul de l'éclairement d'un cadran solaire

par Francis Reymann

---

*Tout projet de réalisation d'un cadran solaire comprend la question : quand le cadran portera-t-il une ombre à une date donnée ? Est présenté ici un « tableur » donnant réponse à cette question.*

## Introduction

La problématique de l'ensoleillement d'un cadran solaire et les outils associés ont été présentés dans Cadran Info n° 39<sup>1</sup>. Ici, en complément, il s'agit de proposer un tableur permettant d'automatiser les calculs relatifs à l'ensoleillement d'un cadran solaire indépendamment des obstacles éventuels venant perturber celui-ci.

## Éclairement

Les conditions d'éclairement d'un cadran en "plaine dégagée" sont pour :

- Un cadran horizontal : que le soleil soit levé. Le cadran produira alors une ombre théoriquement du lever au coucher.
- Un cadran sur mur vertical plan : outre la condition précédente, il ne faut pas que le Soleil soit "derrière" le mur. En fait "l'ouverture" d'un mur plan est de 180° en azimut.

## Mode d'emploi du fichier Excel

Le fichier "Ensoleillement" permet de définir ces conditions pour un lieu donné (latitude, longitude), pour le 21<sup>e</sup> jour des douze mois de l'année et s'agissant des cadrans verticaux pour une déclinaison de mur donnée.

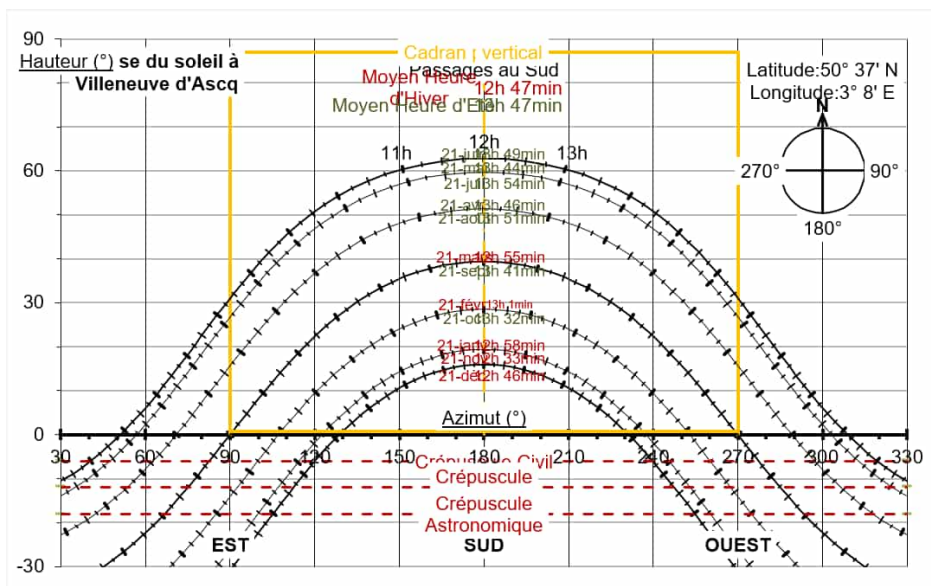
---

1. *Éclairement d'un cadran solaire (1) : rappel des outils et formules* par Ph. Sauvageot (p. 157) et *Éclairement d'un cadran solaire (2) : ombre portée par un toit en V* par S. Bérriot (p. 167).

— Documentation du tableur (onglet "Données") :

Les cases bleues doivent être renseignées						
Lieu	Villeneuve d'Ascq					
Latitude	N ou S	N	50	Min 37	Sec 10	° déci 50,6194
Longitude	E ou O	E	3	7	54	-3,1317
Déc. Mur	° décimaux positifs si Déc Ouest et négatifs si Déc Est					0

— Résultat graphique (onglet "Tracé") :



Sur la ligne verticale du midi solaire (azimut = 180°) sont indiquées les heures légales de passage du soleil au Sud pour les 12 dates. Ces heures sont données en :

- HNEC (Heure Normale d'Europe centrale) ou heure d'hiver (UTC+1) et
- HAEC (Heure Avancée d'Europe Centrale) ou heure d'Eté (UTC +2) suivant les heures en vigueur. Elles permettent de calculer le décalage entre l'heure solaire et l'heure légale, décalage quasi constant au sein d'une journée.
- Bilan : Pour un cadran horizontal : il y aura une ombre pour tout point au-dessus de la hauteur 0 (ligne noire).  
Pour un cadran plan vertical : il y aura une ombre pour tout point à l'intérieur du carré jaune.

Nota : Il est entendu que l'utilisateur aura renseigné les cases bleues de l'onglet "données" pour avoir le résultat sous l'onglet "Tracé".

**En annexe de la version numérique :**

vous trouverez le fichier :

- Ensoleillement.xls.

Le tableur est à utiliser avec le logiciel Microsoft Excel. Des informations n'apparaissent pas sur le tracé avec l'emploi de Open Office calc ou Libre Office calc (et peut-être d'autres logiciels).



---

# Équation du Temps et années bissextiles

par Francis Reymann

---

*La conversion de l'heure, indiquée par un cadran solaire classique, implique en général l'intégration des valeurs de « l'équation du temps » pour être convertie en heure de la montre. Mais quelle est l'influence du cycle des années bissextiles dans ces valeurs ? Un « tableur » propose de la calculer.*

## 1 Introduction

L'équation du Temps a été abordée dans de nombreux écrits. Nous reprendrons ici les définitions et références du livre *La Gnomonique* de Denis Savoie<sup>1</sup> et inviterons en outre le lecteur à se reporter à des articles antérieurs publiés dans *Cadran Info*.

« L'intervalle de temps entre deux passages consécutifs du Soleil au méridien supérieur d'un lieu est appelé *jour solaire*. Mais cet intervalle n'est pas constant ». Cela est dû aux variations de l'inclinaison de la Terre sur son orbite autour du Soleil et de sa variation de vitesse pour la parcourir au cours de l'année<sup>2</sup>.

Ainsi pour traduire l'heure solaire locale d'un cadran classique en heure de la montre<sup>3</sup>, il faut ajouter ou retrancher la valeur de l'équation du temps (EdT) du jour de l'année en cours, en plus des deux autres corrections qui sont :

- Ajouter une heure ou deux heures en fonction de l'époque (heure d'hiver/heure d'été).
- Ajouter (à l'Ouest) ou retrancher (à l'Est) l'écart de temps entre la longitude de référence de Greenwich avec celle du lieu.

---

1. *La gnomonique* de Denis Savoie, édition Les Belles Lettres. Merci à l'auteur pour l'autorisation de publication. Denis Savoie, président honoraire de la CCS, a publié de très nombreux articles de gnomonique et plusieurs ouvrages qui sont considérés comme des références en la matière. Il a également réalisé de nombreux cadrans solaires dans le monde entier.

2. Article « space débutants », *Cadran Info* n° 39, p 142.

3. Article « space débutants », *Cadran Info* n° 39, p 147.

Dans son livre, D. Savoie explique « la lente évolution de l'équation du temps dû à la variation de l'excentricité de l'orbite terrestre, de l'obliquité de l'écliptique et de la longitude du périhélie » (p. 50 de son livre). Il donne ensuite différentes méthodes pour calculer l'équation du temps. Nous retiendrons la première de ses méthodes (page 53) dont « les formules permettent de calculer simultanément l'équation du temps et la déclinaison du Soleil avec une précision de 30 secondes pour la période 1950 à 2050 ».

## 2 Tableur Excel

Le fichier Excel ETC19 a comme but de déterminer l'influence des cycles bissextiles sur :

- Les valeurs de l'équation du temps pour une date donnée.
- Le tracé de l'analemme<sup>4</sup> :  $EdT = f(\delta)$ . Il s'appuie sur le calcul automatique de l'EdT et de  $\delta$  des formules de D. Savoie, afin de s'affranchir de saisies fastidieuses.

La déclinaison du Soleil est représenté par le symbole  $\delta$ .

### 2.1 Le fichier est interactif

Il permet de calculer les EdT et déclinaisons de 5 années différentes qu'on prendra consécutives si l'on veut mettre en évidence l'influence des cycles bissextiles.

Il permet par ailleurs de superposer les courbes  $EdT = f(\delta)$  pour 2 années quelconques. Les courbes intègrent les positions des 1<sup>ers</sup> des mois.

Le fichier original est déjà renseigné suffisamment pour mettre en évidence ces phénomènes mais l'utilisateur peut changer les millésimes et en voir les conséquences sur les graphiques.

Pour rappel : pour toute intervention sur le fichier il est conseillé de travailler *sur une copie*!

### 2.2 Les onglets du fichier

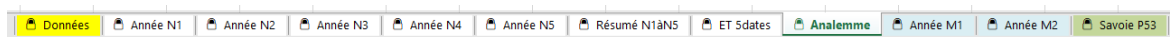


FIGURE 1 – Les onglets du fichier Excel ETC19.

- **Données.**

L'onglet « Données » permet de saisir 5 millésimes (cases bleues) désignés comme année N1, Année N2 etc.

- **Année N1, Année N2...**

Ce sont les déroulées des EdT et des années désignées dans l'onglet « Données ».

- **Résumé N1 à N5.**

Cet onglet reprend les résultats des 5 années. Suivent des colonnes de statistiques (moyenne, max, min, amplitude). Attention, ces statistiques ne prennent en compte que les années de N1 à N4 pour rester dans le cadre d'un cycle bissextile si ces 4 années sont consécutives.

4. Courbe en forme de 8 allongé parcourue par le Soleil. Elle est visualisée en photographiant le Soleil chaque jour à la même heure, au même endroit, sur la même vue durant une année. Cette représentation caractérise les écarts de l'Équation du Temps. Article « Espace débutants », *Cadran Info* n° 39, p 144.



• **EdT 5 dates.**

Cet onglet montre graphiquement l'évolution des valeurs de EdT pour 5 dates différentes des 5 années choisies en « Données ».

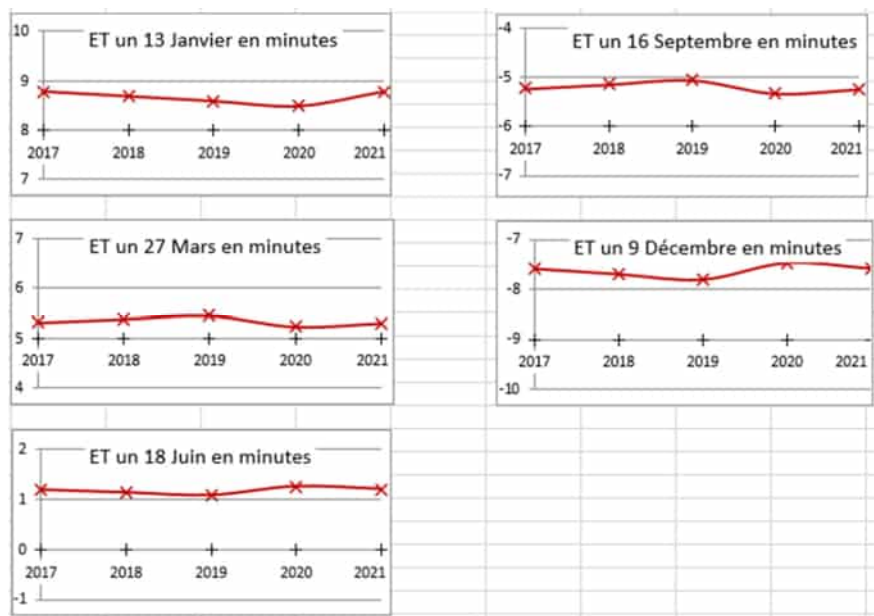


FIGURE 2 – EdT 5 dates.

**Constatation :** Lorsque les dates sont consécutives les valeurs d'EdT sont quasi égales pour des millésimes espacés de 4 ans.

- **Analemme.** Sur l'onglet « Analemme » on peut saisir 2 millésimes, année M1 et année M2 (cases bleues). Le graphique superpose alors les analemme EdT =  $f(\delta)$  pour les 2 années désignées ainsi que les 1<sup>ers</sup> des mois de ces 2 années.

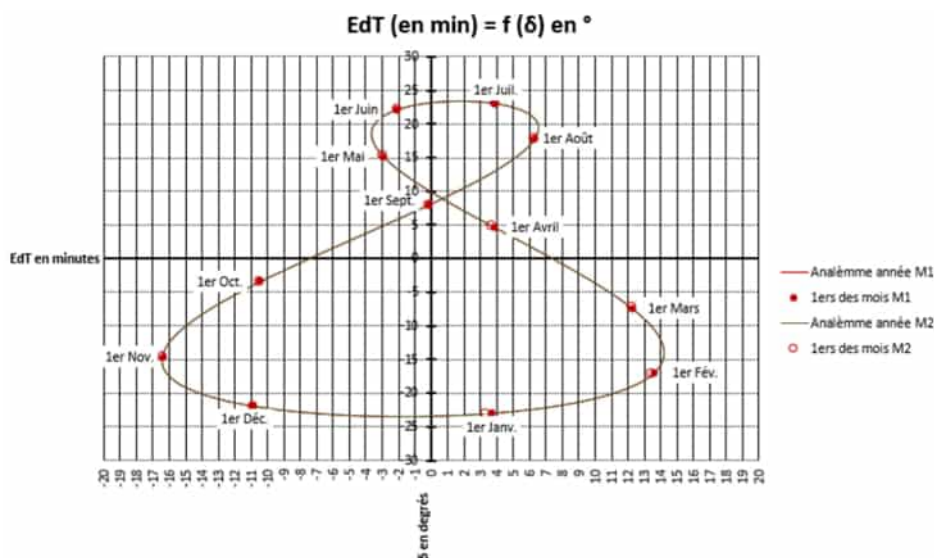


FIGURE 3 – Analemme.

**Constatation** : La courbe de l'analemme varie très peu en fonction du millésime. Ce sont surtout les positions des 1<sup>ers</sup> des mois qui évoluent dans une certaine amplitude sur la courbe.

- **Année M1, Année M2.**

Ces sont les déroulés des années M1 et M2 désignées sur Analemme.

- **Savoie P53.**

Cet onglet a pour but de comparer les valeurs obtenues par le calcul désigné comme « Savoie P53 » et les valeurs des éphémérides reçues de la SAF. Les deux sont des valeurs à 12 h UT. Les essais montrent des écarts très faibles entre les deux. Les travaux sont donc réalisés avec la méthode « Savoie P53 ».

**Divers** : Sur chaque onglet de millésime il y a les écarts journaliers d'EdT de toute l'année ainsi que leur somme. On constate :

- Des écarts journaliers d'EdT de +0.50 min (+30 s) à -0.36 min (-22 s).
- Que le cumul des sommes pour 4 années consécutives est quasi nul (feuille résumé).

**En annexe de la version numérique :**

vous trouverez le fichier :

- ETC19.xls.



---

## Outils numériques pour cadrans solaires

par Philippe Sauvageot

---

*Rappel d'outils numériques à disposition du gnomoniste depuis la compréhension des principes de base du fonctionnement des cadrans solaires aux étapes de conception et de vérification de ceux-ci.*

### Introduction

Les outils numériques au service des gnomonistes et des cadraniers sont nombreux. Par étape nous présentons un ou deux outils ainsi qu'une référence à des articles de *Cadran Info* sur le sujet.

Que les auteurs/inventeurs/créateurs de logiciels, tableurs ou autres nous pardonnent de ce choix limité et arbitraire. En étape 8 est présenté la liste de tout ce que nous connaissons. Chacun devrait se retrouver dans cette dernière (ou nous la faire compléter). Les étapes proposées sont :

1. Comprendre.
2. Effectuer les relevés préliminaires.
3. Choisir le type de cadran.
4. Tracer le cadran.
5. Vérifier le cadran.
6. Vérifier un cadran à partir d'une photo.
7. Utiliser des formules.
8. Connaître la panoplie des outils.

## 1 Comprendre

Pourquoi un cadran solaire peut-il donner l'heure? Pourquoi peut-il (presque) devenir calendrier?

Pourquoi l'heure indiquée par un cadran solaire classique est-elle différente de celle de la montre? Que faut-il faire pour traduire cette heure locale solaire en heure de notre montre ou pendule?

Pourquoi un cadran solaire doit-il être calculé pour un emplacement et une orientation donnés?

Utiliser un logiciel sans posséder les connaissances de bases, peut aboutir à des résultats erronés sans que l'on s'en aperçoive ou trop tard. Pour ne citer que la plus courante des erreurs commise est celle des « signes + ou - ».

On peut la retrouver dans l'orientation du cadran vers l'Est ou l'Ouest, la latitude à l'Est ou l'Ouest du méridien de Greenwich, l'équation du temps (version française ou anglo-saxonne) etc.

### Outil formation aux cadrans solaires

- En ligne : MOOC cadrans-solaires de Roger Torrenti — CCS (gratuit)
  - [www.cadrans-solaires.info/acces-au-mooc](http://www.cadrans-solaires.info/acces-au-mooc)
  - Apport complémentaire : Histoire, théorie et construction de cadrans solaires.

### Complément *Cadran Info*

- N° 39 : Espace débutants (1) : de l'astronomie à la gnomonique, réaliser des cadrans simples (page 132).

## 2 Effectuer les relevés préliminaires

### 2.1 Coordonnées

Les premiers relevés à effectuer sont ceux des coordonnées du lieu d'installation du cadran :

- la latitude pour le réaliser,
- la longitude pour convertir l'heure solaire en heure de la montre.

Le plus simple est d'utiliser les applications bien connues de l'IGN (Institut national de l'information géographique et forestière) avec GéoPortail ou Google avec Google Earth. Les coordonnées s'affichent en fonction de votre position grâce au GPS de votre téléphone portable.



FIGURE 1 – Relevés des coordonnées d’un lieu par GPS.

### Relevé des coordonnées d’un lieu par GPS

- Application : Géoportail de l’IGN (gratuit)
  - [www.geoportail.gouv.fr/carte](http://www.geoportail.gouv.fr/carte).
  - Apport complémentaire : carte, photo aérienne.
- Application : Google Earth de Google (gratuit)
  - [play.google.com/store/apps/details?id=com.google.earth&hl=fr](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.earth&hl=fr)
  - Apport complémentaire : carte, photo aérienne

### Complément *Cadran Info*

- N° 39 : Espace débutants (1) : de l’astronomie à la gnomonique, réaliser des cadrans simples (page 134).

## 2.2 Ensoleillement

Un cadran horizontal donne l’heure du lever au coucher du Soleil.

Un cadran vertical donne l’heure sous deux conditions : que le Soleil soit levé *et* se trouve en avant du plan du cadran. Son éclairage sera donc tributaire de l’orientation du support : plein Sud, déclinant vers l’Est ou déclinant vers l’Ouest (voire même le Nord).

### 2.2.1

Le tableur « Ensoleillement.xls » présenté dans ce numéro 42 de Cadran Info par F. Reymann, permet de définir les conditions d’ensoleillement à condition qu’il n’y ait aucun obstacle entre le Soleil et le cadran.

À noter que des applications à retrouver sur le web, comme LunaSolCal (gratuit) montrent sur la carte du lieu les azimuts du Soleil du jour ou à d’autres dates.

### Ensoleillement d'un cadran sans obstacle

- Tableur : Ensoleillement.xls de Francis Reymann — CCS (gratuit).
  - En annexe de Cadran Info n° 42.
  - Apport complémentaire : représentation graphique de la fenêtre d'ensoleillement.

### Complément *Cadran Info*

- N° 39 : Éclairement d'un cadran solaire (1) : rappel des outils et formules (page 156).
- N° 42 : Calcul de l'éclairement d'un cadran solaire par F. Reymann.

#### 2.2.2

Des applications permettent également de faire figurer sur une photo prise depuis l'emplacement du cadran la position du Soleil à différentes date de l'année. On peut ainsi déterminer quand un bâtiment, un arbre, ou autre portera ombre sur le cadran et empêchera la lecture de l'heure.

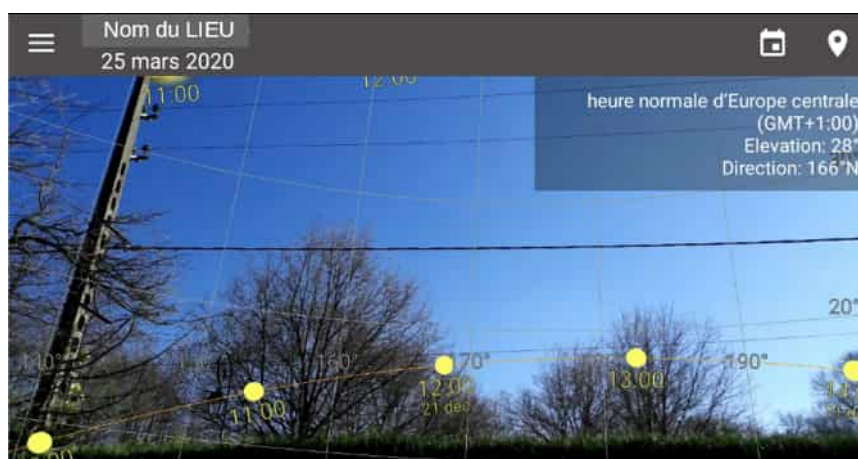


FIGURE 2 – Photo réalisée avec l'application Sun Position (payant).

### Photographie avec position du Soleil à différentes époques

- Application : Sol Et Umbra (gratuit)
  - [play.google.com/store/apps/details?id=gian.gnomonica.SolEtUmbra&hl=fr](https://play.google.com/store/apps/details?id=gian.gnomonica.SolEtUmbra&hl=fr)
  - Apport complémentaire : Éphémérides, cadrans solaires, astrolabes ...

### Complément *Cadran Info*

- N° 39 : Éclairement d'un cadran solaire : Éclairement d'un cadran solaire (1) : rappel des outils et formules (p. 163).

#### 2.2.3

Enfin il est possible de définir précisément la gêne apportée par un rebord de toit ou d'une gouttière (quel jour, quelle heure) et donc positionner le cadran en conséquence.



FIGURE 3 – Ombre portée par un toit.

### Ombre portée par un toit

- Logiciel : Shadows de François Blateyron — CCS (version payante).
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : toit droit ou en V. Réalisation de cadrans solaires et astrolabes.
- Tableur : Ombre toit.xls de Sébastien Berriot — CCS (gratuit).
  - en annexe de Cadran Info n° 39.
  - Apport complémentaire : toit en V uniquement.

### Complément *Cadran Info*

- N° 39 : Éclairement d'un cadran solaire (1) : rappel des outils et formules et Éclairement d'un cadran solaire (2) : ombre portée par un toit en V (p. 166).

#### 2.3 Orientation du cadran

Pour un cadran horizontal : ligne de « midi vrai » et le « style » (porte ombre) sont dans le plan du méridien du lieu.

Pour un cadran vertical : il faudra mesurer l'orientation de la « table » (support du tracé) par rapport à ce méridien.

Latitude et orientation sont les deux paramètres qui entrent dans le calcul du cadran solaire. Horizontal ou vertical, il faut relever la direction du méridien (ligne « Nord-Sud géographique »).

#### Relevé du méridien : méthode de la planchette

- Logiciel : Shadows de François Blateyron — CCS (version "gratuite").
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : Réalisation de cadrans solaires.
- Tableur : Déclinaison\_SAF-CCS.xls de Dominique Collin — CCS (gratuit).
  - dans annexe *Déclinaison gnomonique (CCS)* de Cadran Info n° 41.

#### Complément *Cadran Info*

- N° 41 : Orientation et déclinaison gnomonique page 106 et Orientation et déclinaison gnomonique (variante de la méthode de la « planchette ») page 133.

### 3 Choisir son type de cadran

Fort des informations précédentes, il est possible de choisir en fonction de son souhait et/ou des conditions d'environnement, un type de cadran.

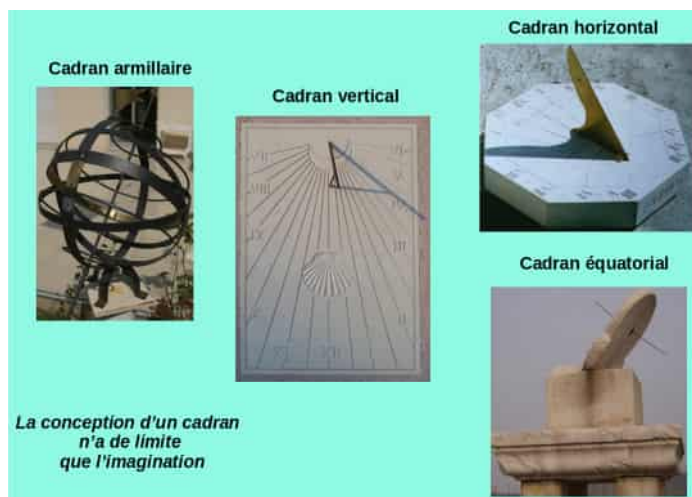


FIGURE 4

Il peut être simple ou complexe... petit ou grand... mais toujours en concordance avec la région, le site, l'esprit du propriétaire...



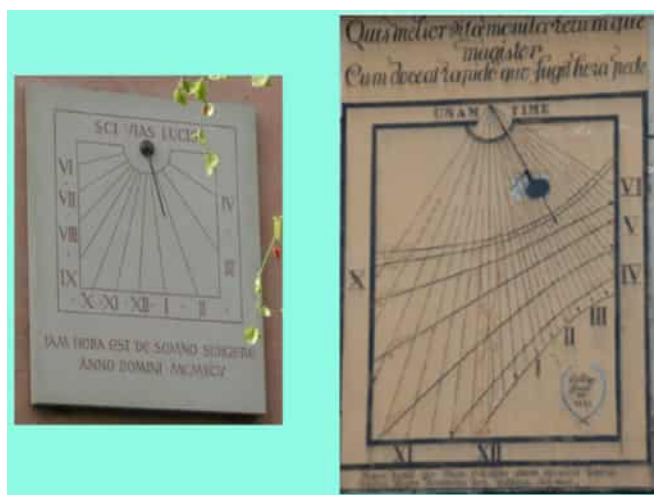


FIGURE 5

Dans le cas d'un œilleton, il est possible de calculer la dimension de la tache lumineuse.

#### Dimensions tache projetée par un œilleton

- Tableur : Oeilleton.xls de Sébastien Berriot — CCS (gratuit)
  - 7 tableurs suivant l'œilleton et la position du plan, en annexe de Cadran Info spécial 2012.
- Logiciel : Shadows de François Blateyron — CCS : visualisation et animation de l'ombre du style ou d'un œilleton
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : voir le manuel utilisateur (gratuit) sur site : gnomonique générale et mode d'emploi du logiciel.

#### Complément *Cadran Info*

- Cadran Info spécial œilleton 2012.

## 4 Tracé du cadran

### 4.1 Représentation

Il existe des applications permettant de représenter directement sur l'écran de son smartphone le cadran tel qu'il sera en plaçant ce dernier à l'emplacement prévu du cadran.

Certaines applications indiquent même l'heure solaire par une représentation fictive de l'ombre.

Exemples ci-contre avec TpSol de Massé Yvon.



**FIGURE 6** – Copie d’écran du tracé d’un cadran sous smartphone avec TpSol de Y. Massé

### Représentation d’un cadran solaire sur smartphone

- Application : TpSol de Yvon Massé — CCS (gratuit)
  - [play.google.com/store/apps/details?id=fr.ymasse.tpsol](https://play.google.com/store/apps/details?id=fr.ymasse.tpsol)
- Application : Sol Et Umbra (gratuit)
  - [play.google.com/store/apps/details?id=gian.gnomonica.SolEtUmbra&hl=fr](https://play.google.com/store/apps/details?id=gian.gnomonica.SolEtUmbra&hl=fr)
  - Apport complémentaire : éphémérides, cadrans solaires, astrolabes ...

## 4.2 Réalisation

Nous avons enregistré une vingtaine de tableurs ou logiciels de tracé de cadrans provenant soit de membre de notre commission soit de relations amicales.

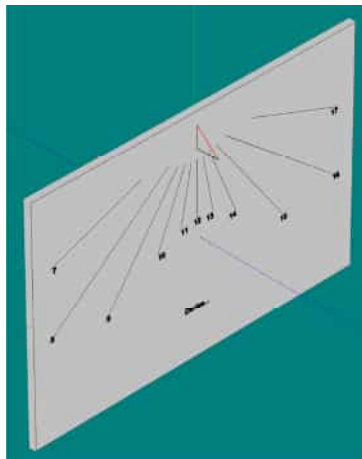
- Les tableurs concernent généralement des cadrans ou des tracés spécifiques.
- Les logiciels ont une variété plus large.

Ces outils, réalisés par des spécialistes, sont tous de bonne précision. Les différences proviennent de leur présentation, de leur facilité d’emploi, de la variété des cadrans traités (du classique aux cadrans plus originaux, voire les astrolabes).

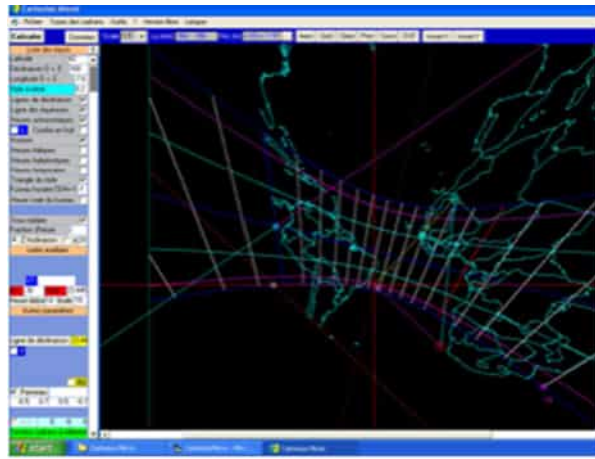
Attention, visionner un cadran sur un écran est une chose. Le reproduire sur une grande surface (mur ou panneau) en est une autre. Les « sorties » par coordonnées de points ou par assemblage de plusieurs pages (généralement au format A4 pour une reproduction à l’échelle 1) doivent être aisées. C’est un critère très important de choix du logiciel<sup>1</sup>.

Il ne peut être fait de classement du meilleur outil. À chacun de choisir « son » outil, afin d’en connaître toutes les possibilités et de le maîtriser parfaitement. En figure 7 page suivante, quelques exemples de logiciels réalisés par des membres de la CCS (copies d’écrans) :

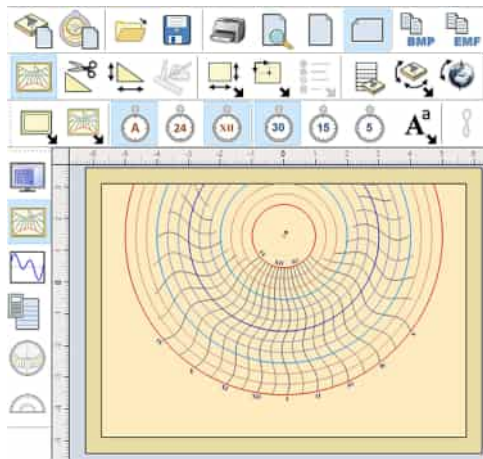
1. Nous reviendrons sur ce point dans un point dans le prochain Cadran Info de mai 2021.



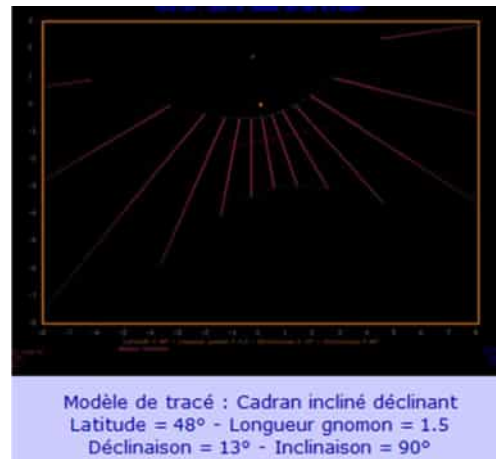
(a) CadSol (Astre J.-L.)



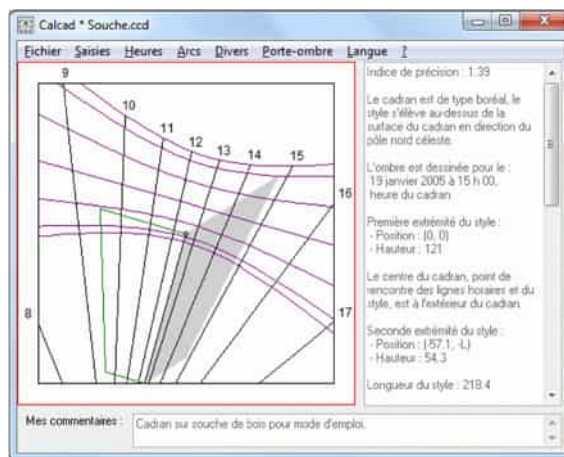
(b) Carterius Mirror (Anselmi R.)



(c) Shadows (Blateyron F.)



(d) Solal-Cad (Lalos M.)



(e) CalCad (Massé Y.)

FIGURE 7

### Tracé de cadrans solaires (et plus)

- Logiciel : CadSol version 2020 de Astre Jean-Luc — CCS (gratuit).
  - [cadsol.web-pages.fr/](http://cadsol.web-pages.fr/)
  - Apport complémentaire : vision 3D.
- Logiciel : Cartesius Mirror de Anselmi Riccardo — CCS (gratuit).
  - [www.anselmi.vda.it/CartesiusWebEvo.aspx](http://www.anselmi.vda.it/CartesiusWebEvo.aspx)
  - Apport complémentaire : travail en ligne
- Logiciel : Shadows de Blateyron François — CCS (version de base : gratuite, version pro : payante).
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : astrolabes en version pro.
- Logiciel : Solal-Cad de Lalos Michel — CCS (gratuit).
  - [michel.lalos.free.fr/cadrans\\_solaires/outils\\_gno/Outils\\_Gr.html](http://michel.lalos.free.fr/cadrans_solaires/outils_gno/Outils_Gr.html)
  - Apport complémentaire : boîte à outils graphiques
- Logiciel : Calcad de Massé Yvon — CCS (gratuit).
  - [gnomonique.fr/calcad/](http://gnomonique.fr/calcad/)
  - Apport complémentaire : réalisation à partir de 2 points d'ombre. Simulation.

### Complément *Cadran Info*

- Dans la liste des articles publiés dans Cadran Info depuis le n° 1 au n° 42 (en annexe de la version numérique), des recherches :
  - par le mot « outil » dans la colonne « Thème »
  - par le nom « Dallet Pierre Joseph » dans la colonne « Auteur » feront découvrir des articles divers sur le sujet.
- N° 40 : *Du plan au cadran* (page 161).

#### En annexe de la version numérique :

vous trouverez le fichier :

- Z\_Articles CI 1 à 42\_dif\_PhS.xls

## 5 Vérifier le cadran

### 5.1 Liste des cadrans de France

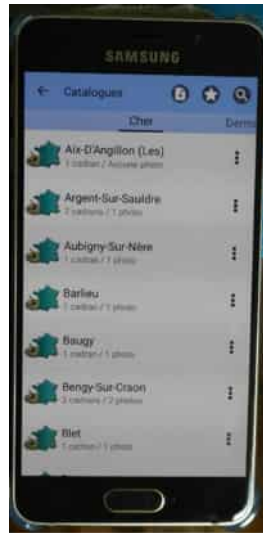
Une fois réalisé, il est possible de prendre en photo son cadran et de faire figurer sur celle-ci l'heure locale et légale.

Bien sûr cela est valable pour tous les cadrans rencontrés d'où l'intérêt de posséder sur son smartphone les 36 000 cadran solaires de France avec adresses et photos.

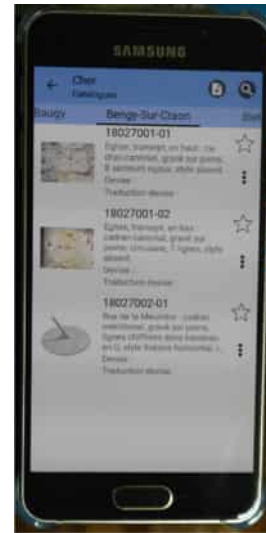
L'application MC-Cadran solaires est associée gratuitement aux inventaires de la Commission des Cadran Solaires (cadran solaires, astrolabes, nocturlabes du monde) de l'année en cours.



(a) Page de chargement des départements



(b) Inventaire du département



(c) Détails et photos des cadrans de la commune choisie

FIGURE 8 – l'application MC-Cadran solaires

### Inventaires des cadrans de France sur smartphone

- Application : MC-Cadran solaires de Pascal Prévost pour la CCS (gratuit avec les inventaires de l'année de la CCS).
  - [play.google.com/store/apps/details?id=com.ppsoft.mbc\\_cadran&hl=fr](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ppsoft.mbc_cadran&hl=fr)
  - Apport complémentaire : notes, intégration de nouveaux cadrans, diffusion. . .

## 5.2 Photographie avec paramètres

Pour vérifier un cadran, il suffit d'utiliser l'application Android "GnomonicPhoto" et de le photographier (fig. 9). Sur la photo apparaîtront les coordonnées du lieu, l'heure légale et l'heure locale. Il suffira de vérifier que l'ombre du style correspond bien à cette dernière.



FIGURE 9

### Coordonnées et heures sur photo

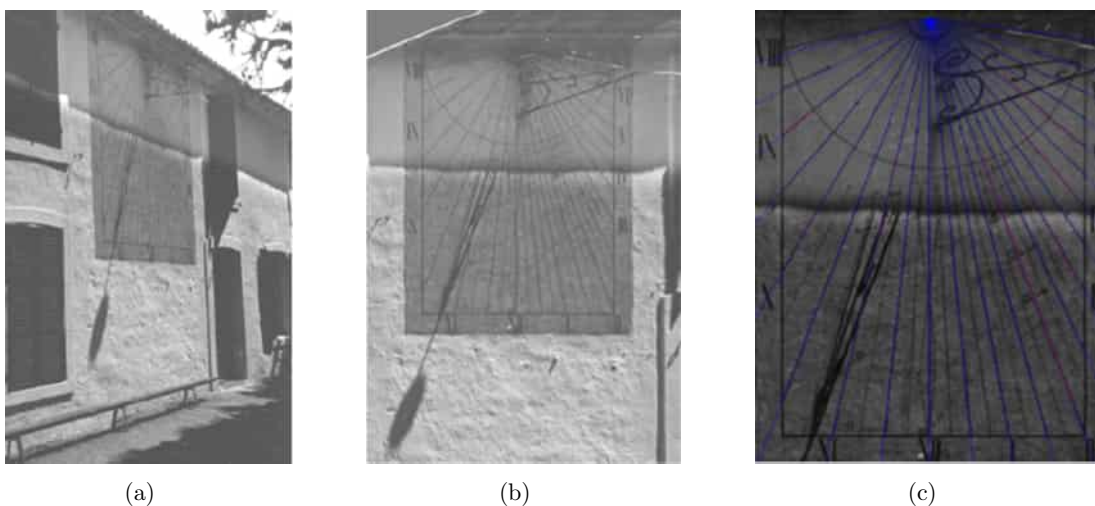
- Application : Gnomonic Photo de César Busto — CCS (gratuit).
  - [play.google.com/store/apps/details?id=com.tempusumbra.gnomonicphoto&hl=fr](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.tempusumbra.gnomonicphoto&hl=fr)
  - Apport complémentaire : possibilité de commentaires.

## 6 Vérifier un cadran à partir d'une photo

Il est souvent demandé au gnomoniste d'analyser un cadran solaire à partir d'une photographie.

La première chose à faire afin de relever les caractéristiques du cadran est de redresser la photo si celle-ci n'a pas été prise parfaitement dans l'axe du cadran.

Bien sûr il est possible d'utiliser Photoshop le logiciel bien connu, mais notre collègue Yvon Massé a réalisé deux applications répondant aux problèmes : redressement de la photo *et* analyse du tracé.



**FIGURE 10** – De la photo originale (à gauche), à celle redressée (milieu) jusqu'à la vérification du tracé (à droite).

### Analyse cadran sur photo

- Application en ligne : RedPer de Yvon Massé — CCS (gratuit pour membre CCS).
  - [gnomonique.fr/forum](http://gnomonique.fr/forum)
  - Apport : Permet de redresser une photo prise en oblique.
- Application en ligne : ParCad de Yvon Massé — CCS (gratuit pour membre CCS).
  - [gnomonique.fr/forum](http://gnomonique.fr/forum)

- Logiciel : Shadows de Blateyron François — CCS (« version pro » : payante); détermination des caractéristiques d'un cadran vertical à partir de sa photo prise de face.
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : voir le manuel utilisateur (gratuit) sur site : gnomonique générale et mode d'emploi du logiciel.

### Complément *Cadran Info*

- N° 11 : Déclinaison d'un mur à partir d'un cadran (p. 74)
- N° 18 : Exactitudes des cadrans, une astuce (p. 76)
- N° 30 : Correction de la perspective des clichés (par calcul ou par Photoshop) (p. 101)
- N° 38 : Correction de la perspective d'une image (p. 211)
- N° 41 : Rubrique Informations diverses courrier/courriel : À propos des outils d'analyse d'Yvon Massé page 209.

## 7 Utiliser des formules

Les amateurs de formules, qui souhaitent se passer de logiciel « clé en main », peuvent trouver des outils leur permettant de réaliser automatiquement les calculs. Ainsi Astro-Gno est une « calculatrice astro-gnomonique » permettant de résoudre 35 problèmes de gnomonique récurrents.

N° 1 : déclinaison et angle horaire d'un astre dont on connaît la hauteur et l'azimut	N° 2 : déclinaison et angle horaire d'un astre dont on connaît l'azimut à son lever ou à son coucher ; sa hauteur est alors 0°	N° 3 : déclinaison et ascension droite du Soleil en fonction de sa longitude de écliptique
N° 4 : hauteur et angle horaire d'un astre lorsqu'il passe par le premier vertical (E ou W)	N° 5 : angle horaire et azimut d'un astre aux moments de son lever et de son coucher vrais	N° 6 : angle horaire d'un astre lorsqu'il passe, à la fois, par une hauteur imposée et par un azimut imposé (pb indépendant de Phi)
N° 7 : angle horaire et azimut d'un astre lorsqu'il passe par une hauteur imposée	N° 8 : hauteur et angle horaire d'un astre lorsqu'il passe par un azimut imposé	N° 9 : déclinaison d'un astre dont on connaît la hauteur, l'azimut et l'angle horaire (problème indépendant de la latitude)
N° 10 : hauteur d'un astre dont on connaît l'azimut et l'angle horaire (problème indépendant de la latitude)	N° 11 : hauteur d'un astre lorsqu'il passe au méridien (culminations supérieure et inférieure)	N° 12 : coordonnées horizontales d'un astre lorsqu'il passe par un angle horaire imposé (formule de base du triangle de position)
N° 13 : azimut orthodromique d'un point "B", relevé depuis un point "A", sur Terre (Cap-Départ, ou Route-Fond)	N° 14 : déclinaison d'un cadran solaire vertical et déclinant, par une seule mesure d'angle tabulaire ; une droite horaire avec XII	N° 15 : déclinaison et azimut d'un astre, en fonction de l'angle horaire au lever ou au coucher
N° 16 : déclinaison et angle horaire d'un astre sachant sa hauteur lorsqu'il passe par le premier vertical (E ou W)	N° 17 : déclinaison et hauteur d'un astre sachant son angle horaire lorsqu'il passe par le premier vertical (E ou W)	N° 18 : azimut d'un astre avec déclinaison, angle horaire et hauteur (problème indépendant de la latitude)
N° 19 : éphémérides simplifiées du Soleil pour gnomonistes	N° 20 : mesure des déclinaison et inclinaison d'un cadran par un seul point d'ombre	N° 21 : déclinaison et azimut d'un astre, lorsqu'il a une hauteur et un angle horaire imposés

N° 22 : hauteur et déclinaison d'un astre, lorsqu'il a un azimut et un angle horaire imposés	N° 23 : Degrés de l'écliptique qui se lèvent, se couchent ou culminent pour un temps et un lieu choisi	N° 24 : Paramètres du cadran horizontal équivalent (CHE) pour construire un cadran incliné et déclinant (CID)
N° 25 : astrolabe stéréographique septentrional. Tracés dépendant du rayon de l'Equateur	N° 25 bis : ajout moderne à l'astrolabe pour positionner l'araignée suivant l'heure civile	N° 26 : trouver le méridien du lieu à partir de deux points connus avec précision par Phi et par lambda
N° 27 : Equation du temps table et graphique par approximation (d'après Ernst Fauer)	N° 28 : angle horaire en heures, selon h, delta et phi	N° 29 : cadran sans style fixe, heure donnée par l'ombre de la tête de l'utilisateur
N° 30 : date de la fête de Pâques	N° 31 : horizon marin ou longueur maximale de l'ombre	N° 32 : décimaliser ou sexagésimaliser des angles quelconques, conversion en grades et en graduation 640
N° 33 : Trouver le JJ (jour julien) à partir de la date et inversement	N° 34 : heures Italiques, babyloniennes, et temporaires	

Ceux souhaitant utiliser la trigonométrie sphérique se reporteront à TriSph permettant la résolution des triangles sphériques.

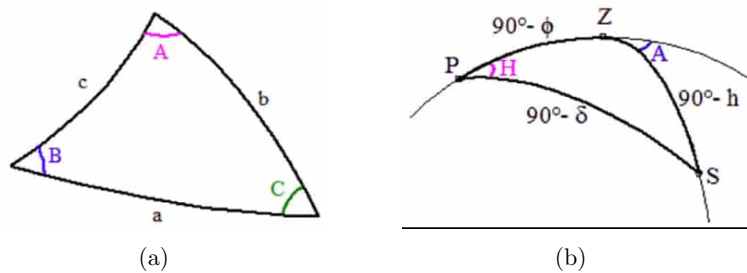


FIGURE 11 – TriSph et la résolution de triangles sphériques.

### Résolution de formules

- Tableur : Astro-Gno de Paul Gagnaire, Yvon Massé et Yves Opizzo — CCS (gratuit).  
— [gnomonique.fr/divers/astro-gno\\_v1\\_0.xls](http://gnomonique.fr/divers/astro-gno_v1_0.xls)
- logiciel : TriSph de Yvon Massé — CCS (gratuit).  
— [gnomonique.fr/trisph/](http://gnomonique.fr/trisph/)

### Complément *Cadran Info*

- N° 41 : en annexes : Tableur : Astro Gno sous le nom de fichier « Calculette Astr-Gno\_2015-09-26\_OK.xls », dans le dossier "Déclinaison gnomonique (CCS)" .



## 8 Connaître la panoplie des outils

Cet article en forme de guide n'est qu'un aperçu des logiciels et autres outils numériques à la disposition des gnomonistes.

### 8.1 Éphémérides

Ceux-ci sont fréquemment utilisés dans notre domaine. Il y a le site bien connu de l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides)<sup>2</sup> avec son serveur en ligne de calculs des éphémérides pour un lieu géographique donné et pour une date ou une période de temps (limitée à 730 jours) comprise entre le 1<sup>er</sup> janvier 1951 et le 31 décembre 2024<sup>3</sup>.

Mais il existe des applications donnant toutes les informations (Lune et Soleil) pour le lieu, l'instant ou une date choisie.



FIGURE 12

### Éphémérides

- Application : LunaSolCal (gratuit).
  - [gnomonique.fr/forum](http://gnomonique.fr/forum)
  - Apport : position sur carte.
- Application : Solar Info de César Busto — CCS (gratuit).
  - [play.google.com/store/apps/details?id=com.tempusumbra.solarwidget&hl=es](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.tempusumbra.solarwidget&hl=es)
  - Apport : application spécifique aux gnomonistes.

2. [www.imcce.fr/services/ephemerides/](http://www.imcce.fr/services/ephemerides/)

3. Pour les membres de la CCS se rapporter à la lettre n° 11 de la Commission donnant les adresses des différents sites d'éphémérides.

- Logiciel : Shadows de Blateyron François — CCS (« version expert », payante)
  - [www.shadowspro.com/fr/index.html](http://www.shadowspro.com/fr/index.html)
  - Apport complémentaire : voir le manuel utilisateur (gratuit) sur site : gnomonique générale et mode d'emploi du logiciel.

### Complément CCS

- Les lettres CCS (interne à la commission) offrent chaque année des éphémérides gnomoniques établis par notre secrétaire Pierre-Louis Cambefort.
- la lettre CCS n° 11 de juin 2020 comporte un complément sur ce sujet spécifique. Il est mis en annexe.

#### En annexe de la version numérique :

vous trouverez le fichier :

- Sites éphémérides.pdf donnant les adresses de différents sites et le mode d'utilisation de celui de l'IMCCE.

## 8.2 Autres outils

Nous avons constitué une liste à retrouver en annexe ou consultable sur notre site dans sa partie publique : OFFRE OUTILS. Elle présente les logiciels, applications, tableurs relatifs aux items :

- Analyse d'un cadran
- Cadran solaires (réalisation d'un cadran)
- Déclinaison gnomonique (aide aux calculs)
- Formules (calculs automatisés de formules)
- Ensoleillement (conditions)
- Éphémérides
- Formation (à la gnomonique)
- GPS (relevé des coordonnées)
- Inventaires des cadrans
- Sites (web comportant des adresses de logiciels)

Attention certains outils sont de véritables « couteaux suisse » et derrière l'item principal se cache de nombreuses fonctions. Ils sont créés par des membres de la CCS ou par des associations avec lesquelles nous sommes en relation. La majorité sont en plusieurs langues. Vérifier la convention de signe ou les références utilisées (équation du temps, azimut ...).

Commission des Cadrans Solaires														
<p>Les logiciels, applications, applications ont été réalisés par des membres français ou étrangers de votre commission ou ceux d'associations ou personnes non liées à la commission. Ils sont destinés à être utilisés sous votre responsabilité en tant que tels, sans aucune garantie de la part de la commission des Cadrans Solaires.</p> <p>Sur votre tablette/ordinateur, il est possible de télécharger les logiciels et applications de votre commission ou ceux d'associations ou personnes non liées à la commission. Ils sont destinés à être utilisés sous votre responsabilité en tant que tels, sans aucune garantie de la part de la commission des Cadrans Solaires.</p>														
Logiciels / Applications de Gnomonique														
ITEM	DESIGNATION	DEVELOPPEMENT							OBJET	ORIENTATION		Remarques	Commentaire	
		Logiciel/application	Auteur	Langue	Type	Version	Statut	Statut		Statut	Statut			Statut
Logiciel gnomonique	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Tablette	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet
Cadran solaire	ADAT	André Dreyfus	FR	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet	Tablet

**En annexe de la version numérique :**

vous trouverez le fichier :

- LogicielGnomo oct 2020.xls présentant les items ci-dessus et les adresses associées.

*Nota :* les membres de la Société Astronomique de France — Commission des Cadrans Solaires peuvent consulter sur le site CCS partie « membres » (code d'accès) des adresses de sites divers relatifs à la gnomonique.

**Pour conclure**

De la connaissance du fonctionnement d'un cadran solaire à sa réalisation et vérification, la palette des outils numériques est large. Elle satisfera les besoins du débutant et de l'expert, obviant aux fastidieux tracés ou calculs des années d'antan.

Cependant, il ne faut pas s'abuser. Tout outil n'a valeur que par celui qui l'utilise. Un cadran ne sera jamais « faux à cause de l'informatique », mais de celui qui aura entré des données erronées ou reporté des résultats sans esprit critique.

Conceptualiser la position du Soleil en fonction du lieu, de la saison est un des plaisirs du gnomoniste qu'il ne faut pas écarter.

Que ces aides dont nous remercions les réalisateurs soient correctement employées et permettent de donner libre cours à l'imagination du cadranier.



---

## Les cadrans solaires à réfraction

par Denis Savoie<sup>1</sup>

---

Le phénomène de réfraction, c'est-à-dire de déviation de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre, était déjà connu par Ptolémée au II<sup>e</sup> siècle qui l'aborde dans son *Optique*<sup>2</sup>. Mais le problème ne sera complètement résolu qu'avec les travaux de Snell et de Descartes en 1637, que l'on peut résumer par la célèbre formule :

$$n_1 \sin z_1 = n_2 \sin z_2$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices de réfraction des milieux, tandis que  $z_1$  est l'angle d'incidence (par rapport à la normale au plan, c'est-à-dire la distance zénithale) et  $z_2$  l'angle réfracté (fig. 1 page suivante). Les cadrans solaires construits avant cette découverte de la loi Snell-Descartes étaient basés sur des valeurs empiriques<sup>3</sup> (fig. 2 page ci-contre).

L'indice de réfraction  $n$  désigne ici le rapport entre la vitesse de la lumière dans l'air et la vitesse de la lumière dans l'eau. Pour l'eau, on a  $n = 1,33$  et pour l'air  $n \approx 1$  ; donc pour un rayon passant de l'air à l'eau, on a  $\sin z_2 = [1/1,33] \sin z_1$ . Si l'angle d'incidence d'un rayon solaire est de  $z_1 = 30^\circ$  (soit  $60^\circ$  de hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon), l'angle réfracté  $z_2$  vaut  $22^\circ 5'$  (soit  $67^\circ 55'$  de hauteur apparente du Soleil) : le Soleil paraît plus haut et donc l'ombre est plus courte. Le phénomène s'accroît vers les faibles hauteurs du Soleil ; lorsque la hauteur du Soleil est nulle (Soleil à l'horizon), la déviation devient maximale puisque  $z_1 = 90^\circ$

---

1. Universcience et Observatoire de Paris.

2. Authenticité non assurée de cette œuvre connue par une traduction arabo-latine du XII<sup>e</sup> siècle

3. Par exemple dans le premier ouvrage consacré presque exclusivement au cadran à réfraction, de Georg Schönberger, *Demonstratio et constructio horologiorum novorum radio recto, refracto in aqua, reflexo in speculo, solo magnete horas astronomicas, Italicas, Babylonicas indicantium*, Fribourg en Brisgau, 1622, on peut vérifier que la table de réfraction (p. 11) comporte plusieurs degrés d'erreur pour les faibles hauteurs du Soleil. La question des cadrans à réfraction est à nouveau abordée en 1638 par Muzio Oddi, *De gli horologi solari nelle superficie piane*, Milan : voir Filippo Camerota, « Two new attributions : a refractive dial of Guidobaldo del Monte and the "Roverino Compas" of Fabrizio Mordente », *Nunciatus*, 2003, fasc. 1, p. 25–39. Le chapitre le plus complet sur les cadrans à réfraction se trouve dans le fameux ouvrage d'Athanase Kircher, *Ars magna Lucis et Umbrae*, Rome, 1646, p. 658–702, avec des tables de réfraction selon les doctrines de Kepler et de Scheiner et l'explication du miracle d'Achaz par un cadran hémisphérique (p. 689–690). Le problème de la construction d'un scaphé à réfraction est traité par Jacques Ozanam dans son *Cours de mathématiques*, t. V, Paris, 1697, p. 65–71, mais sans aucune allusion au miracle d'Achaz. William Leybourn, *Dialling*, Londres, 1700, p. 158–170, consacre un long chapitre aux cadrans à réfraction, distinguant le cas où la pointe du gnomon est au-dessus de l'eau ou dans l'eau.

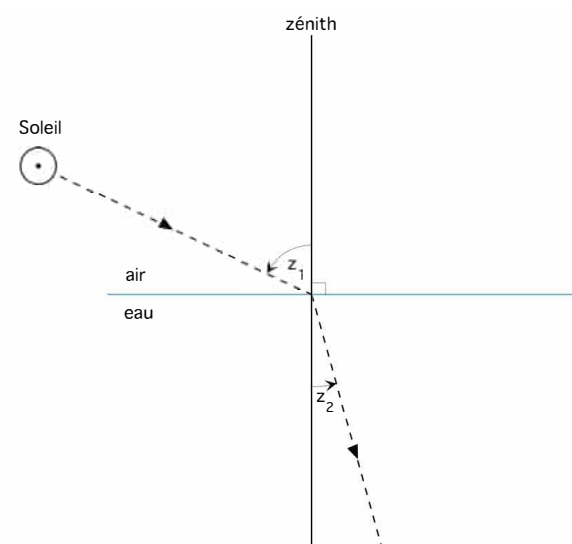


FIGURE 1

REFRACTIS  
TABVLA QVARTA  
refractionis ex aere ad  
aquam.

Angus. B.	23	16. 11	41	32. 1	60	41. 1	
10	19.	23	16. 38	46	52. 39	70	41. 30
11	20.	24	17. 30	47	53. 11	71	41. 38
12	21.	25	18. 21	48	53. 50	72	46. 28
13	22.	26	19. 2	49	54. 25	73	46. 54
14	23.	27	19. 41	50	55. 0	74	47. 21
15	24.	28	20. 27	51	55. 34	75	47. 48
16	25.	29	21. 8	52	56. 8	76	48. 15
17	26.	30	21. 49	53	56. 42	77	48. 42
18	27.	31	22. 18	54	57. 11	78	49. 8
19	28.	32	22. 50	55	57. 48	79	49. 34
20	29.	33	23. 10	56	58. 11	80	50. 0
21	30.	34	23. 40	57	58. 54	81	50. 31
22	31.	35	24. 9	58	59. 26	82	50. 50
23	32.	36	24. 48	59	59. 58	83	51. 11
24	33.	37	25. 27	60	60. 30	84	51. 39
25	34.	38	26. 6	61	61. 1	85	52. 1
26	35.	39	26. 44	62	61. 32	86	52. 27
27	36.	40	27. 22	63	62. 3	87	52. 51
28	37.	41	28. 0	64	62. 33	88	53. 14
29	38.	42	28. 37	65	63. 3	89	53. 37
30	39.	43	29. 14	66	63. 33	90	
31	40.	44	29. 51	67	64. 3		
32	41.	45	30. 27	68	64. 23		

C 5      Vidua

FIGURE 2 – Table de Georg Schönberger extraite de *Demonstratio et constructio horologiorum* (Fribourg en Brisgau, 1622) donnant l'angle réfracté d'un rayon solaire entrant dans l'eau selon sa distance zénithale. L'erreur atteint plusieurs degrés lorsque la hauteur du Soleil est faible.

d'où  $z_2 = 48,75$ . Cela fait que les cadrans solaires fonctionnant sur ce principe de réfraction voient tout leur tracé contenu dans un tracé fermé, qu'ils soient calculés sur un plan ou dans un volume.

Les rares cadrans solaires à réfraction que l'on connaît — sous-entendu appartenant à la gnomonique dioptrique selon les critères du XVII<sup>e</sup> siècle<sup>4</sup> — sont tous liés à la « tentative » d'explication du miracle de la rétrogradation de l'ombre sur le cadran d'Achaz : le roi Ezéchias (VIII<sup>e</sup> siècle av. J.-C.) étant proche de la mort, il pria le Seigneur pour obtenir sa guérison. Ce dernier, l'ayant entendu, lui promit non seulement de le guérir, mais d'ajouter quinze années supplémentaires à sa vie. Ezéchias demanda quelle preuve il avait que le Seigneur le sauverait. Le prophète Isaïe, qui a le rôle d'intermédiaire dans cette histoire, demanda alors à Ezéchias s'il voulait que « l'ombre du Soleil avance ou qu'elle rétrograde de dix degrés ? ». Ezéchias répondit qu'il était moins aisé que l'ombre recule. Le prophète invoqua donc le Seigneur et « il fit que l'ombre retourna en arrière sur l'horloge d'Achaz par les dix degrés par lesquels elle était déjà

4. Emmanuel Maignan, *Perspectiva Horaria Sive De Horographia Gnomonica Tum Theoretica, Tum Practica Libri Quatuor*, Rome, 1648, divise la science des cadrans solaires en trois parties : gnomonique de direction, gnomonique catoptrique, gnomonique dioptrique. La table des réfractions de Maignan (p. 653) est quasiment la même que celle de Schönberger ; son dessin d'un scaphé à réfraction est sans doute le plus beau qui existe. Voir figure 11 page 99 du présent article.

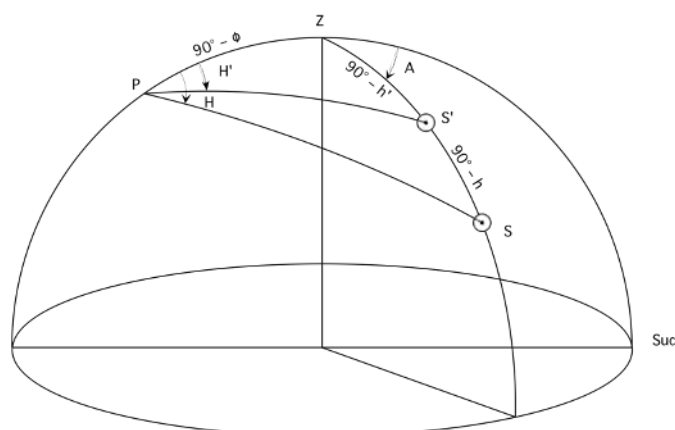
*descendue* ». L'horloge d'Achaz désigne ici un cadran solaire construit par le père d'Ezéchias, Achaz, roi de Juda.

Afin d'expliquer cette rétrogradation de l'ombre, on a imaginé des dispositifs gnomoniques dans des volumes en utilisant la réfraction, ce qu'on ne trouve évidemment pas dans le récit biblique ; il n'y a d'ailleurs pas de mystère dans la rétrogradation proposée ici, qui relève davantage de l'expérience de physique<sup>5</sup>. Il ne fait pas de doute que les orfèvres qui ont construit ces « coupes à rétrograder » avaient pour but de rappeler un miracle — et non de l'expliquer —, à partir des lois de la nature.

Le texte biblique mentionne une rétrogradation de 10° : mais s'agit-il d'un arc de 10° de hauteur ou bien de 10° de temps, soit 40 minutes (d'heure inégale) ?

Dans cette perspective, on trace un cadran solaire dans une coupe ayant la forme par exemple d'une demi-sphère (genre *scaphé*), dont le centre est occupé par la pointe d'un gnomon. Il est possible de calculer dans ce scaphé (ou sur un cadran horizontal, *cf. infra*) muni d'un tracé « classique (non réfracté) ce qui se passe lorsqu'on verse de l'eau (jusqu'à la pointe du gnomon) : l'ombre du gnomon diminue de longueur (mais sans changer de direction) et indique forcément une autre heure. Si H est l'angle horaire du Soleil pour le tracé classique et H' l'angle horaire affecté par la réfraction<sup>6</sup> de l'eau, on a (fig. 3) :

$$\tan H' = \frac{\sin A}{\cos \varphi \tan h' + \sin \varphi \cos A}$$



**FIGURE 3** – Dans le triangle sphérique PZS, la réfraction provoque un déplacement du Soleil de S en S' sans changer l'azimut.

Par exemple si  $\varphi = 48^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $H = 30^\circ$ , on a  $h = 35;424$  et  $A = 37;844$ . On en déduit que  $h' = 52;210$  d'où  $H' = 22;937$ . Donc au lieu d'indiquer 14 h  $[12 + H/15]$ , le cadran indique 13 h 32 m  $[12 + H'/15]$ . L'ombre mesure dans le premier cas 9,5 cm et 6,6 cm dans le second (le gnomon mesurant 10 cm).

5. Voir Philip M. Sadler, « An ancient time machine : The Dial of Ahaz », *American Journal of Physics*, n° 63, mars 1995, p. 211–216. L'auteur consacre son article au cadran à réfraction de Christopher Schlisser (1531–1608), célèbre constructeur d'instruments allemand, qui a réalisé en 1578 une coupe où l'on peut produire une rétrogradation de l'ombre ; Sadler s'intéresse ici à l'aspect physique et pédagogique de la réfraction et explique comment faire reculer l'ombre de 10°. On trouvera une étude plus historique avec des photos de cette coupe dans Julius F. Sachse, « Horologium Achaz (Christophorus Schissler, Artifex) », *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 34, n° 147, 1895, p. 21–30. Une étude plus générale sur la réfraction au XVI<sup>e</sup> siècle, est faite par Sven Dupré, « The Dioptric of Refractive Dials in the Sixteenth Century », *Nuncius*, 18, 2003, p. 39–67. Sur le même sujet, voir Allan A. Mills, « The "Dial of Ahaz", and Refractive Sundial in General », *Bulletin of Scientific Instrument Society*, n° 44, mars 1995, p. 21–24 et n° 45, 1995, p. 25–27.

6. Voir Denis Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 60–62.

Il est donc possible d'établir une fourchette pour laquelle  $H - H' = 10^\circ$ .

On peut évidemment munir le scaphé soit d'un double tracé, soit uniquement d'un tracé pour Soleil réfracté, afin que le cadran indique la même heure selon qu'il est rempli d'eau ou pas. Dans le premier cas, éclairé à vide par le Soleil, on voit l'ombre incurvée du gnomon tomber sur le tracé « supérieur », qui correspond au Soleil non réfracté ; puis on verse de l'eau et on voit alors que l'ombre a raccourci vers le tracé « inférieur » (qui correspond au tracé avec réfraction). Si l'on veut que l'ombre rétrograde de  $10^\circ$  exactement, il faut faire l'expérience à certaines heures et à certaines dates. Mais en général les cadrans historiques que l'on conserve ne comportent que le tracé réfracté. Un des exemplaires les plus connu est celui de Georg Hartmann (1489–1564), célèbre constructeur d'instruments installé à Nüremberg<sup>7</sup>, daté de 1548 (fig. 4) ou encore celui de Simone Barocci (fig. 5 page suivante) de 1574.



**FIGURE 4** – Coupe à réfraction en laiton de Georg Hartmann datée de 1548 (Collection of Historical Scientific Instruments, Department of the History of Science, Université d'Harvard). Une boussole située au fond de la coupe permet l'orientation vers le Nord. La pointe du gnomon doit être immergée pour que l'ombre tombe sur le tracé fermé des lignes d'heures et des arcs diurnes.

## 1 Scaphé à réfraction

Soit une demi-sphère de rayon  $PK = R$  dont le centre  $K$  est occupé par un gnomon<sup>8</sup> (fig. 6 page suivante). Celui-ci projette une ombre dans le volume dont les coordonnées depuis  $K$  sont (axe des  $x$  vers l'Est, axe de  $y$  vers le Nord, axe des  $z$  vers le zénith) :

$$\begin{cases} x = R \cos h \sin A \\ y = R \cos h \cos A \\ z = -R \sin h \end{cases}$$

7. Voir Anthony J. Turner, « A biblical miracle on a Renaissance sundial », *Bulletin of Scientific Instruments Society*, n° 61, 1999, p. 11–14. Sur les cadrans à réfraction en général et sur celui de Hartmann en particulier, voir Nicola Severino, *Storia dell'orologio solare a rifrazione*, mars 2009 (chez l'auteur Nicola Severino) et Lino Colombo, *Gli orologi solari a rifrazione in Italia*, octobre 2009 (chez l'auteur Nicola Severino).

8. Si la pointe du gnomon ne coïncide pas avec le centre de la demi-sphère, le calcul devient plus complexe pour le positionnement des courbes et des lignes. Il est plus avantageux dans ce cas de prendre un gnomon ayant une longueur supérieure au rayon du scaphé, sans quoi on s'expose à une disparition de son ombre dans celle produite par le bord du scaphé. Sur le calcul de l'ombre engendrée par l'ombre du bord d'un volume, voir Denis Savoie, *Les cadrans solaires à corniche*, Cadran Info n° 19, mai 2009, p. 71–80.



**FIGURE 5** – Coupe à réfraction de Simone Barocci datée de 1574 (museo Galileo, Florence).

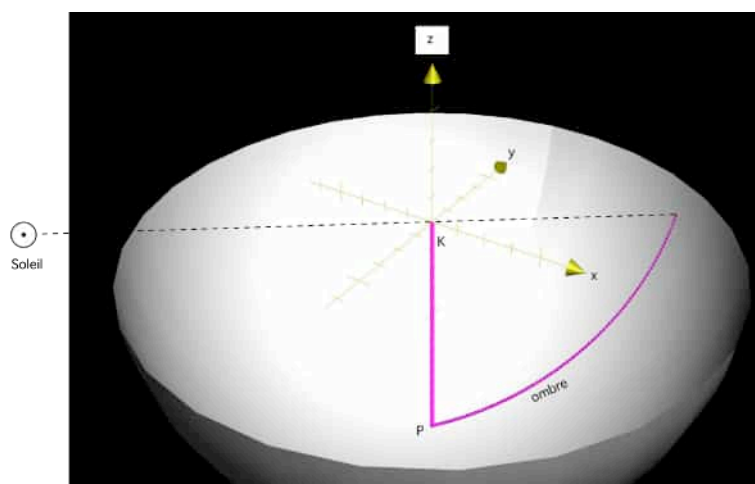
$h$  étant la hauteur du Soleil calculée par :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \quad (1)$$

et  $A$  son azimut calculé par :

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \tan \delta}$$

où  $\varphi$  est la latitude du lieu,  $\delta$  la déclinaison du Soleil et  $H$  son angle horaire.



**FIGURE 6**

Le tracé correspondant au scaphé rempli d'eau se calcule par les mêmes formules dans lesquelles on modifie la hauteur du Soleil (l'eau ne modifie pas la direction et donc l'azimut reste inchangé).



On calcule la hauteur  $h'$  affectée par la réfraction par :

$$\cos h' = k \times \cos h$$

où  $h$  est la hauteur calculée par la formule (1) et  $k = 1/n$  ( $n$  = indice de réfraction).

On a alors :

$$\begin{cases} x' = R \cos h' \sin A \\ y' = R \cos h' \cos A \\ z' = -R \sin h' \end{cases}$$

La figure 7 représente un scaphé de rayon 10 cm construit à une latitude de  $48^\circ$  : on a tracé en rouge les arcs des saisons correspondant au scaphé « vide d'eau », et en bleu les mêmes arcs mais avec un scaphé rempli d'eau. Alors que les bords du scaphé constituent la limite du tracé rouge, on voit immédiatement que le tracé réfracté est beaucoup plus petit et fermé ; la courbe des équinoxes, qui est un grand cercle dans le tracé rouge, devient une ellipse dans le tracé bleu.

La figure 8 représente ce qui se passe au solstice d'hiver à 15 h : le sommet de l'ombre du gnomon tombe sur le point vert ; si l'on remplit d'eau le scaphé, l'ombre rétrograde au point jaune (l'arc de rétrogradation vaut environ  $34^\circ$  dans cet exemple, soit 5,9 cm). Si l'on opère à midi solaire, on vérifie que l'arc de rétrogradation est de  $10^\circ$  lorsque  $\delta = 11,12^\circ$  ce qui représente un arc de 1,7 cm. Il est beaucoup plus intéressant de faire l'expérience pour une hauteur du Soleil voisine de  $20^\circ$  puisque la réfraction induit alors une variation d'un facteur supérieur à 2 dans la hauteur du Soleil.

On ne perdra pas de vue que le bord du scaphé engendre une ombre à l'intérieur du volume, laquelle est évidemment affectée par la réfraction lorsqu'on remplit le volume d'eau.

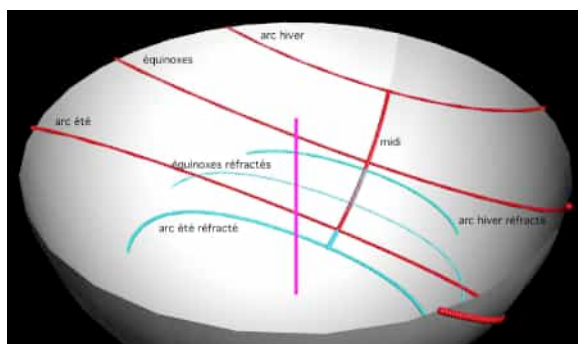


FIGURE 7

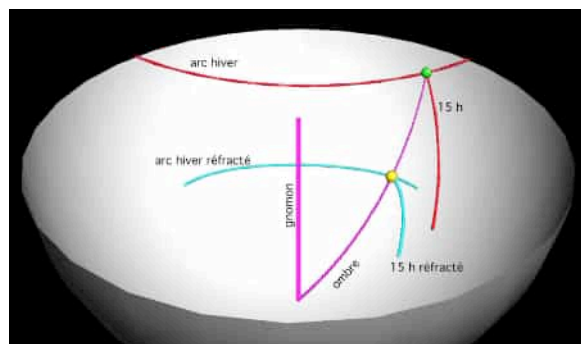


FIGURE 8

## 2 Cadran horizontal à réfraction

Dans un bac horizontal de hauteur  $a$ , qui est également la hauteur du gnomon, on trace un cadran à réfraction de la façon suivante (fig. 9 page suivante), l'heure étant indiquée par l'extrémité de l'ombre. Les coordonnées d'un point du cadran comptées depuis le pied du gnomon (axe des  $x$  vers l'Est, axe de  $y$  vers le Nord) se calculent par :

$$\begin{cases} x = a \frac{\sin A}{\tan h'} \\ y = a \frac{\cos A}{\tan h'} \end{cases}$$

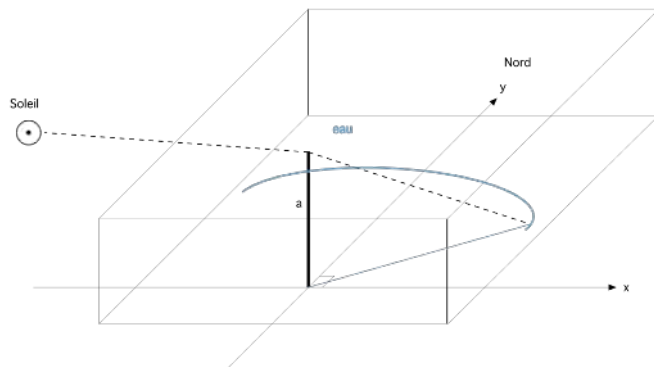


FIGURE 9

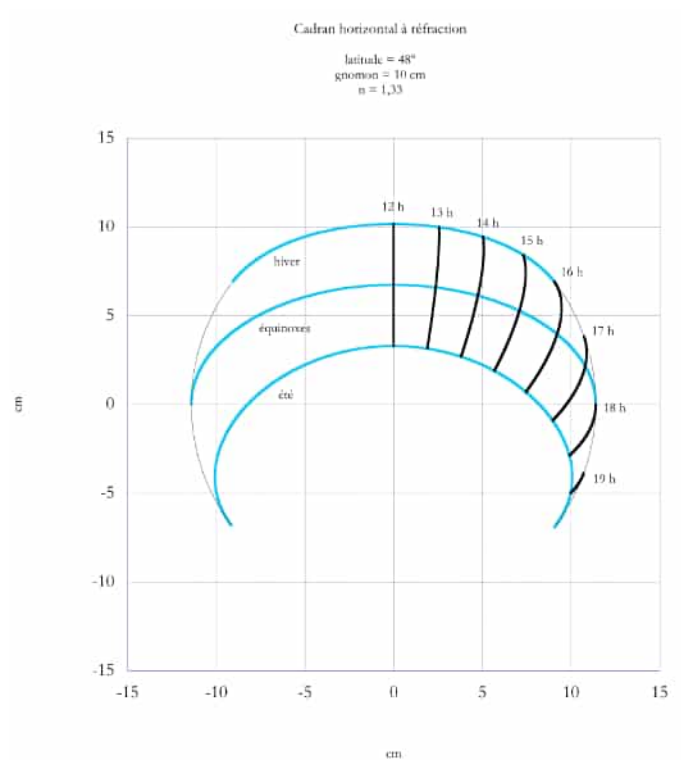
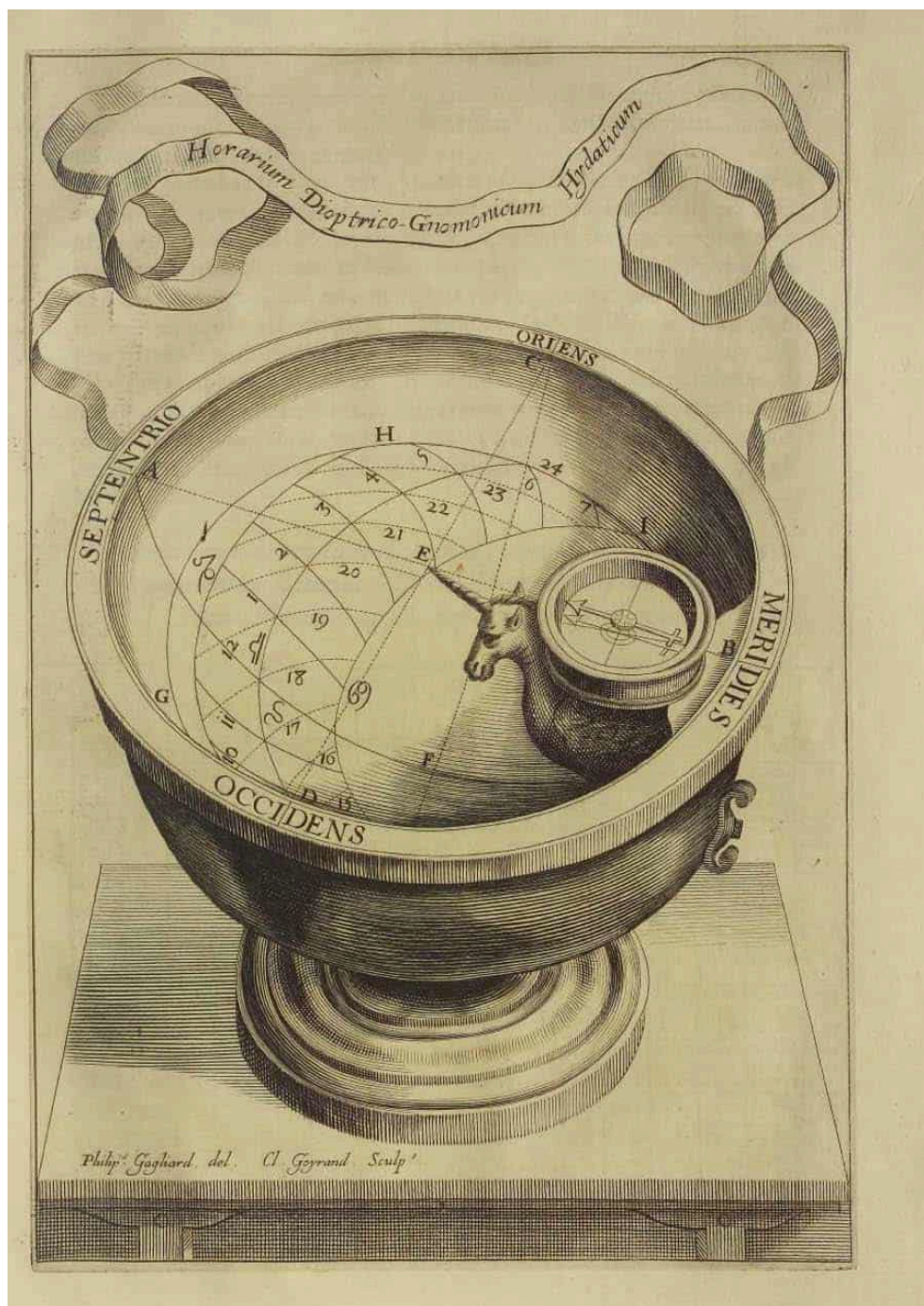


FIGURE 10

Le tracé complet du cadran ressemble à un cadran en projection orthographique (fig. 10) ; aux équinoxes en particulier, le sommet de l'ombre décrit au cours de la journée une ellipse de demi-grand axe  $a' = \frac{a}{\sqrt{n^2 - 1}}$  et de demi-petit axe  $b' = \frac{a \sin \varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}$ . L'excentricité de

l'ellipse vaut alors  $e = \frac{n \cos \varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}$

On peut encore accentuer le phénomène en remplaçant l'eau par de la glycérine dont l'indice de réfraction (1,47) est proche de celui du verre.



**FIGURE 11** – Gravure d'un scaphé à réfraction extrait de *Perspectiva Horaria* d'Emmanuel Maignan, Rome, 1648. La pointe de la corne de la licorne indique l'heure (vraie et italique) dans la coupe remplie d'eau.



---

## Les cadrans solaires portables antiques de Mayence et de Ponteilla

par Denis Savoie <sup>1</sup>

---

Ces deux cadrans solaires portables de hauteur, tracés pour une latitude fixe, ne sont pas datés précisément et sont peu mentionnés en dehors des ouvrages spécialisés <sup>2</sup>. Ils sont inconnus de la seule liste de cadrans solaires de l'Antiquité que donne Vitruve <sup>3</sup> dans son *De architectura*. Celui de Mayence a été découvert dans cette ville en 1875 et se trouve au Landesmuseum de Mayence, tandis que celui de Ponteilla (Pyrénées-Orientales), découvert dans les années 1980, a sans doute été égaré <sup>4</sup>. Le premier cadran a été étudié par A. Schlieben dans les années 1890 puis par Joseph Drecker <sup>5</sup> trente ans plus tard, mais le second ne l'a jamais été. Ces deux cadrans se ressemblent beaucoup et leur fonctionnement reste problématique comme on va le voir.

---

1. Universcience et Observatoire de Paris.

2. Voir Jérôme Bonnin, *La mesure du temps dans l'Antiquité*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2015, p. 108 ; K. Körber, *Inschriften des Mainzer Museums*, Mainz, 1900, n° 202, p. 119–120, donne un dessin du cadran. Derek J. De Solla Price, dans « Portable Sundials in Antiquity, including an Account of a New Example from Aphrodisias », *Centaurus*, vol. 14, n° 1, 1969, p. 242–266, discute de ce cadran (p. 246–247), le comparant au Capucin (cadran de hauteur où l'on déplace sur une échelle des dates un fil lesté d'un plomb) ; ses mesures sur une photographie aboutissent à une latitude de 41° 30', donc près de Rome ; mais la datation du cadran reste une énigme. Voir Karlheinz Schaldach, *Römische Sonnenuhren*, Francfort, 2001, p. 114–123 qui fait une synthèse des travaux antérieurs.

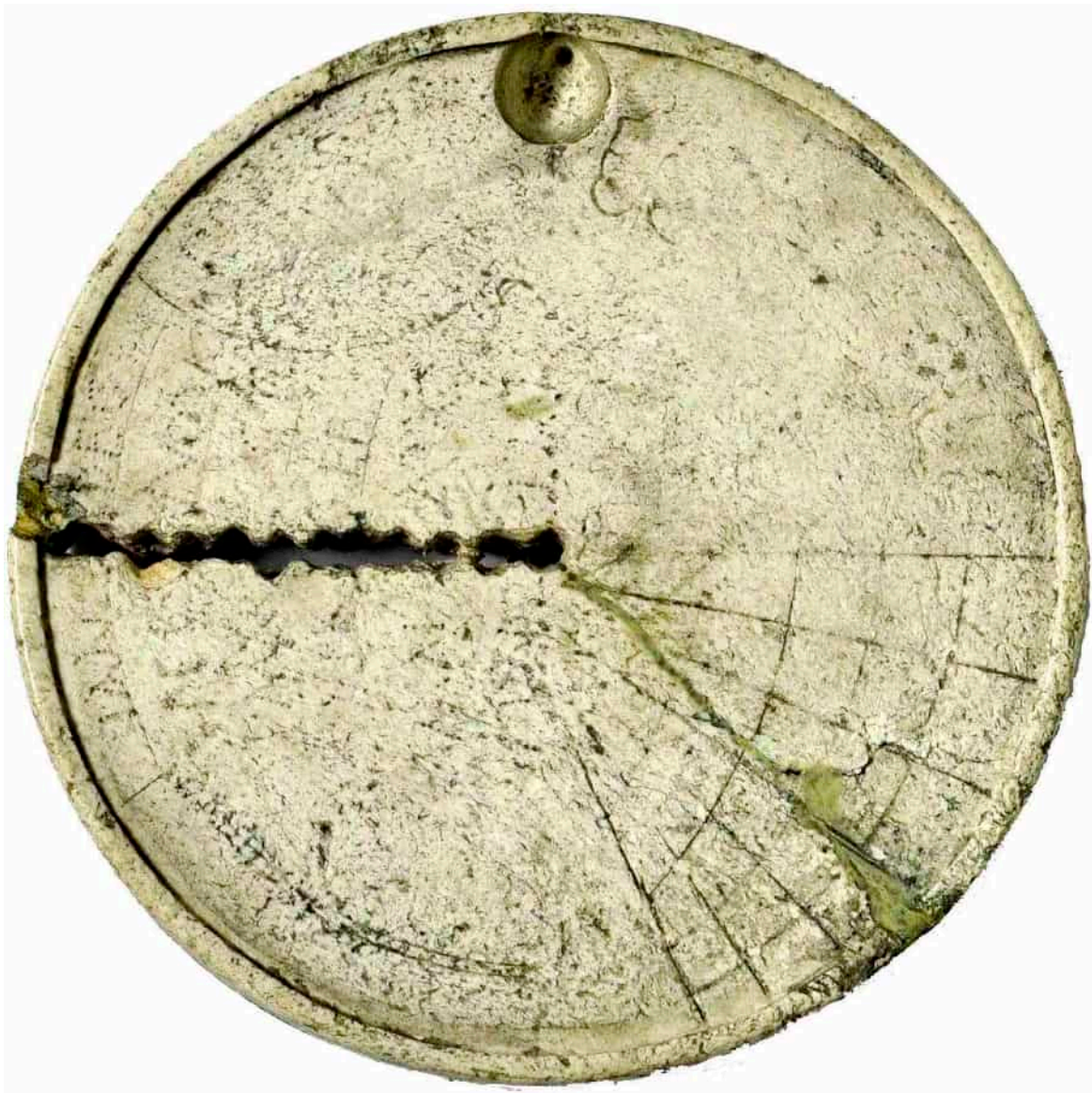
3. Vitruve, *De l'architecture*, texte établi, traduit et commenté par J. Soubiran, Les Belles Lettres, Paris, 1969, Livre IX, chap. VII, 1, 26.

4. *Carte archéologique de la Gaule 66*, « Les Pyrénées-Orientales », n° 66, sous la dir. de Jérôme Kotarba, Georges Castellvi, Florent Mazière, Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, Paris, 2007, p. 517. Le cadran a été découvert sur le site de la *Torre del Vent*, trouvé à la surface d'une vigne, avec des débris antiques du Haut et du Bas Empire associés à un probable habitat ; si le contexte de la découverte ne permet pas de le dater d'objet, la question se posa immédiatement sur sa fonction de cadran solaire. C'est Jérôme Bonnin qui a su faire le rapprochement avec celui de Mayence, qualifié de type II dans la classification des cadrans antiques portables.

5. Le cadran de Mayence fut étudié en premier par A. Schlieben, « Römische Reiseuhren », *Annalen des Vereins für Nassauische Alterthumskunde und Geschichtsforschung*, n° 23, 1891, p. 115–128 et planche VI, qui donne plusieurs dessins du cadran de Mayence et qui conclut que le cadran est tracé pour une latitude de 44° qui est celle de Ravenne. Joseph Drecker, *Die Theorie der Sonnenuhren*, Berlin-Leipzig, 1925, p. 61–64 et fig. 91 et 92 qui a consacré plusieurs pages à la théorie de ce cadran (cf. *infra*).

## 1 Le cadran de Mayence

Le cadran de Mayence est un disque en ivoire de 68 mm de diamètre et de 10 mm d'épaisseur (fig. 1). Le côté « gnomonique » est entouré d'une bordure de 2 mm de haut, de sorte que le diamètre intérieur est de 64 mm. Sur la partie gauche de l'objet se trouvent les noms de mois en binôme IAN-DEC [janvier-décembre], FE-NOV [février-novembre], MA-OCT [mars-octobre], A-SE [août-septembre], M-A [mai-août], illisible-J [juin-juillet]. Ces noms sont situés de part et d'autre de la partie gauche du diamètre du disque, diamètre percé de 12 trous tangents espacés régulièrement. On trouve également 5 arcs accompagnant les mois qui passent au milieu des trous impairs (le n° 1 étant le trou central qui coïncide avec le centre du disque). Il y a unanimité dans les études antérieures pour dire que le cadran fonctionne avec un gnomon mobile que l'on insère dans ces trous.



**FIGURE 1** – Photo du cadran original de Mayence. C'est un disque en ivoire de 64 mm de diamètre.

Sur la partie droite du disque, dans le prolongement du diamètre des mois, aboutissent 6 arcs de cercles en comptant le cercle limite, de rayon 32 mm. Des trous minuscules se trouvent à l'intersection de ces arcs et du diamètre. La partie inférieure droite du disque est occupée par un réseau de 6 droites qui ne convergent pas au centre, coupées par les 6 arcs, formant un abaque (fig. 2).

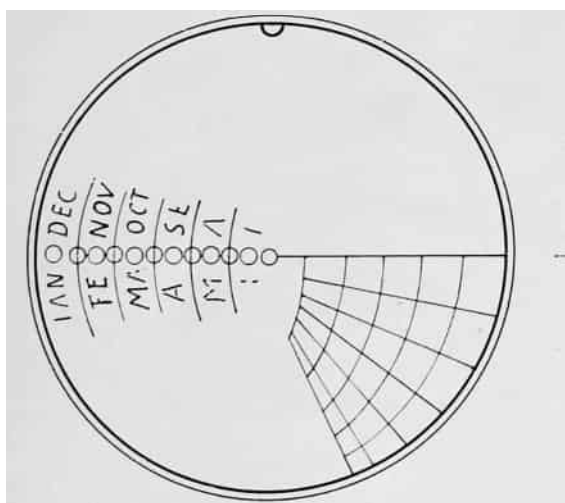
Avant d'en arriver au fait que le cadran de Mayence, comme celui de Ponteilla, fonctionne avec son diamètre maintenu horizontalement, il faut envisager d'autres possibilités :

- échelle des dates verticale
- échelle des dates inclinée vers le Soleil
- cadran tenu horizontalement

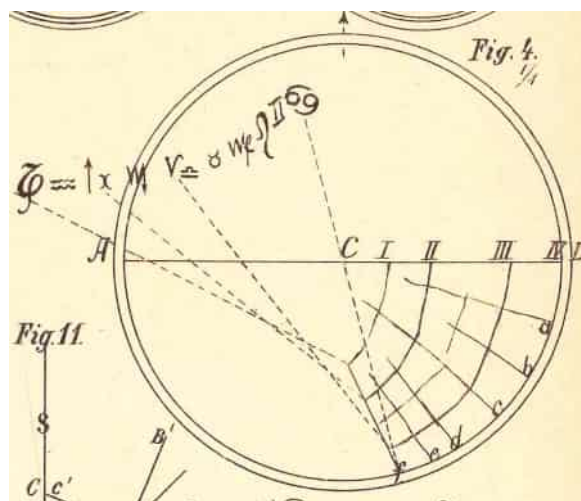
Aucune de ces orientations n'est fonctionnelle ; seule les solutions du cadran éclairé en lumière rasante ou avec un gnomon à ombre portée, paraissent compatibles avec le tracé et un fonctionnement impliquant un gnomon mobile.

Les droites (non chiffrées) sont depuis la gauche les lignes d'heure inégale 6 h, 5 h–7 h, 4 h–8 h, 3 h–9 h, 2 h–10 h, 1 h–11 h ; la ligne 12 correspondant au lever-coucher du Soleil est horizontale, et se confond avec le diamètre du cadran.

En haut du disque, perpendiculairement au trou central se trouve un creux percé qui laisse penser qu'une mince corde permettait de maintenir le cadran verticalement, un peu comme un pendentif.



**FIGURE 2** – Dessin de J. Drecker du cadran de Mayence. Sur la gauche se trouvent les 11 emplacements du gnomon en fonction des mois tandis que sur la droite se trouve l'abaque de lecture de l'heure.



**FIGURE 3** – Dessin de J. Schlieben du cadran de Mayence.

## 1.1 Solution de Schlieben

L'historien A. Schlieben a le premier reconnu l'importance du cadran de Mayence comme cadran portable et a proposé une solution pour son utilisation (fig. 3).

Il considère que l'on déplace le gnomon sur l'échelle horizontale AC et qu'on lit l'heure sur quatre cercles : sur le cercle le plus extérieur noté IV pendant les mois d'avril, mai, juin, juillet, août ; sur le plus petit cercle noté I on lit l'heure pendant les mois de novembre, décembre,

janvier. Enfin on lit l'heure sur le cercle noté II pendant les mois de octobre-février et pendant les mois de septembre-mars sur le cercle noté III (cercle équinoxial). Or il y a 5 cercles de date, et Schlieben n'utilise pas celui placé entre II et III, sans argumenter cette non-prise en compte. Il n'y a pas réellement de théorie mathématique pour étayer le fonctionnement général du cadran, de sorte qu'un gnomoniste avisé comme J. Drecker a vivement critiqué la solution de Schlieben.

## 1.2 La solution de Drecker

L'éminent historien de la gnomonique Joseph Drecker (1856-1931), — qui laisse entendre qu'il a passé du temps à décrypter ce cadran, et on le comprend —, a obtenu du musée de Mayence dans les années 1920 une copie en plâtre du cadran, permettant d'y faire des mesures précises et d'essayer d'expliquer comment il fonctionnait.

Drecker a ainsi apporté un élément essentiel que les rares représentations du cadran ne permettaient pas de connaître avec précision : les arcs des mois ont un même rayon de 32 mm, avec leur centre décalé à droite sur le diamètre du disque. Quant aux cercles qui se trouvent dans la partie abaque du cadran, ils ont aussi le même rayon de 32 mm. Il faut d'emblée insister sur la petitesse de l'objet puisque le tracé occupe mois d'un quart de cercle de 32 mm de rayon, ce qui est minuscule :  $1^\circ$  représente seulement 0,6 mm sur le cadran <sup>6</sup>.

Le gnomoniste allemand a considéré, à juste titre, que ce cadran portable, qui indique l'heure inégale, devait obligatoirement fonctionner avec un gnomon horizontal, que l'on change de place tous les 15 jours <sup>7</sup>, — sinon comment expliquer ses emplacements successifs marqués avec des noms de mois ? À partir de cette évidence et du rayon constant de 32 mm, il a imaginé une solution que l'on peut résumer ainsi : l'ombre d'un gnomon de longueur  $a$  projette sur l'abaque une ombre, l'angle entre cette ombre et le diamètre horizontal du cadran (qui est l'horizon) qu'il appelle  $\beta$  étant une approximation de la hauteur du Soleil. Drecker exprime alors l'angle  $\beta$  qu'il fait dépendre de la longueur du gnomon (estimé à 10 mm de long) et du rayon constant  $r$  (fig. 4 page suivante). Mais il ne dit pas comment on trace le cadran, ni comment il s'utilise.

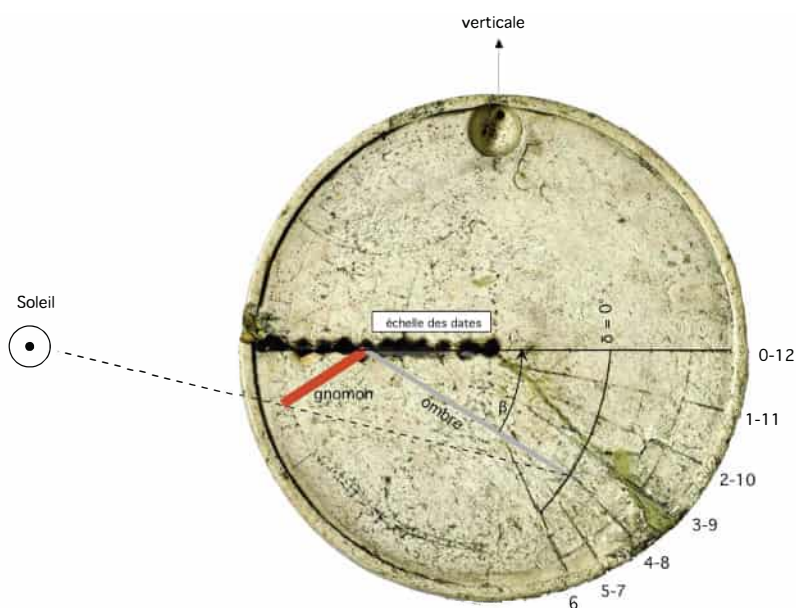
La solution de Drecker est fonctionnelle mais n'est pas totalement satisfaisante pour plusieurs raisons : la première tient à la complexité de la formule trigonométrique exprimant la hauteur du Soleil en fonction de  $\beta$ . Notons que sa solution — comme toutes les autres — nécessite une table donnant la hauteur du Soleil en fonction de l'heure inégale tout au long de l'année et pour chaque heure ; on trouve ce genre de table dans le traité *De l'analemme* de Ptolémée et plus tardivement chez al Marrakuchi au XIII<sup>e</sup> siècle <sup>8</sup>.

Drecker s'interroge sur le fait que le cadran comporte 6 arcs, alors qu'il devrait en compter 7, comme on peut le voir sur le cadran de Ponteilla (*cf. infra*), et qui correspondent traditionnellement à l'entrée du Soleil dans un signe du zodiaque. Le constructeur du cadran

6. Drecker donne un tableau des mesures qu'il a faites sur la réplique en plâtre du cadran : il exprime des angles à la minute d'angle près et des longueurs au dixième de millimètre, ce qui paraît extraordinaire ! Il estime cependant que le cadran contient de nombreuses erreurs.

7. Il existe une solution où le gnomon est fixe et placé au centre du disque : comme dans le cadran portable universel, on amène alors l'ombre, en faisant pivoter verticalement le cadran, sur la droite correspondant au mois considéré. Mais le tracé est alors assez différent de celui de Mayence puisque les arcs de cercles ne sont pas espacés de la même façon et deviennent des lignes d'heures tandis que les droites qui les coupent deviennent des lignes de date : voir Edmund Buchner, « Antike Reiseuhren », *Chiron*, n° 1, 1971, p. 457–482 et Karlheinz Schaldach, Ortwin Feustel, « Eine tragbare Sonnenuhr aus der Spätantike », *Chronometrophilia*, n° 72, hiver 2012, p. 71–82.

8. *Traité des instruments astronomiques des arabes*, traduit de l'arabe par J. J. Sédillot [publié par L. A. Sédillot], t. 1, Paris, 1834, p. 436–437. La longueur  $\ell$  de l'ombre sur le plan vertical exprimée en degrés et minutes s'obtient par :  $\ell = [12 \tan h]$ .



**FIGURE 4** – Principe de fonctionnement du cadran de Mayence selon Drecker : pour lire l'heure on fait pivoter le cadran de façon à amener l'extrémité de l'ombre du gnomon sur le cercle de la date.

n'aurait-il pas oublié un arc ? Drecker en conclut que les trous 1, 3, 5, 7, 9, 11 correspondent au premier jour du mois, en commençant du 1<sup>er</sup> juillet jusqu'au 1<sup>er</sup> décembre, et que les trous intermédiaires correspondent au 15 du mois. Cela laisse supposer que le constructeur possédait une table donnant la déclinaison du Soleil le premier jour du mois : or le plus souvent, la table donne la déclinaison  $\delta$  pour l'entrée du Soleil dans un signe zodiacal, qui correspond grosso modo au 23 du mois ( $\delta = 24^\circ =$  Cancer le 23 juin,  $\delta = 20,6^\circ =$  Lion le 23 juillet, etc.). La variation de déclinaison du Soleil entre les solstices et le début du mois suivant étant d'environ  $0,5^\circ$  cela représente  $0,3$  mm sur le cadran. Tout cela suppose que l'on confonde le 1<sup>er</sup> décembre avec le 1<sup>er</sup> janvier, le 1<sup>er</sup> novembre avec le 1<sup>er</sup> février, etc. Étant donné la petitesse de l'objet, cela est tout-à-fait envisageable, mais peu orthodoxe.

Drecker a en fait développé une solution qui soit le plus en adéquation possible avec les mesures qu'il a faites sur le cadran, — auquel il reconnaît beaucoup d'anomalies —, ce qui explique sans doute sa lourdeur mais aussi, soulignons-le, son originalité. Enfin, les douze emplacements du gnomon que l'on voit sur l'exemplaire réel (que ne montrent pas les dessins de Körber et Drecker) n'ont peut être pas été si nombreux à l'origine : il se peut qu'on ait multiplié les trous (qui se touchent tous à une exception), ce qui d'ailleurs fragilise le cadran puisque désormais l'échelle des dates est une ligne creuse de trous tangents.

Avec cette solution, il faut faire tourner le cadran par rapport au Soleil pour que l'extrémité de l'ombre du gnomon tombe sur le cercle de la date, ce qui suppose que l'utilisateur soit bien informé du principe de fonctionnement du cadran. Dans le cadran de Mayence, au solstice d'été par exemple, il faut faire tourner le plan du cadran de  $43^\circ$  vers le Sud-Ouest pour que l'ombre tombe sur la ligne  $T = 6$  h. Drecker conclut que le cadran est tracé pour la latitude de Mayence (où il a été découvert<sup>9</sup>), soit  $\varphi = 50^\circ$ .

Dans le tableau qu'il donne des valeurs de l'angle  $\beta$  mesurées sur le cadran, on calcule qu'une longueur du gnomon comprise entre 10 et 12 mm rend compte des valeurs proches de l'hiver, mais plus du tout pour celles d'été où il faudrait un gnomon environ 2,5 fois plus long pour en rendre compte. Et ceci se vérifie avec d'autres lignes et sur d'autres dates : faut-il

9. Comme il s'agit d'un cadran portable et donc susceptible de voyager, on ne peut garantir que Mayence soit sa ville d'utilisation.



supposer que le cadran fonctionnait avec deux gnomons (un pour la période printemps–été, un pour la période automne–hiver) comme cela se voit avec certains cylindres de hauteur<sup>10</sup> ? Ou qu’il fallait chaque mois un gnomon différent ? C’est très peu probable.

Cette solution n’explique pas non plus la pente des lignes d’heures<sup>11</sup> où les écarts entre théorie et réalité voisinent parfois avec les 10°. La pente théorique  $\omega$  d’une ligne se calcule par

$$\tan \omega = \frac{\sin \beta_e - \sin \beta_i}{\cos \beta_e - \cos \beta_i + 5/6}$$

où  $\beta_e$  est l’angle calculé pour une heure inégale au solstice d’été et  $\beta_i$  l’angle calculé pour une heure inégale au solstice d’hiver ; la fraction (5/6) exprime le décalage du rayon de l’arc d’hiver mesuré sur le cadran (*cf. infra*). On donne dans le tableau 1 les pentes mesurées sur le cadran et le calcul théorique<sup>12</sup> :

**TABLE 1**  
**Pente des lignes d’heures du cadran de Mayence**

Heure inégale	Inclinaison de la ligne d’heure	
	Mayence	Inclinaison théorique avec $\beta$
6 h	64° ± 1°	72°
5 h–7 h	55° ± 1°	64°
4 h–8 h	45° ± 1°	46°
3 h–9 h	35° ± 1°	33°
2 h–10 h	23° ± 1°	19°
1 h–11 h	12° ± 1°	8°

Dans son étude, Drecker a négligé un point qui paraît au premier abord très secondaire mais qui se révèle important : la règle que l’on choisit pour le déplacement du gnomon (soit un déplacement linéaire, soit un déplacement non-linéaire type zodiacal) détermine en partie le tracé de l’abaque et surtout son fonctionnement. Le cadran de Mayence est basé clairement avec un déplacement linéaire comme le montre l’espacement constant des arcs de cercle mensuels.

Ajoutons qu’il suffit de construire un tel cadran pour se rendre compte de la grande difficulté qu’il y a à amener l’extrémité de l’ombre d’un gnomon (comme le suppose Drecker) sur le cercle du jour (il faut interpoler entre deux dates) en faisant pivoter l’ensemble, où en plus la plus petite variation déplace l’ombre en dehors de l’épure. Le gnomon devant être léger pour ne pas déséquilibrer le cadran.

10. Mario Arnaldi, Karlheinz Schaldach, « A Roman cylinder dial : witness to a forgotten tradition », *Journal for the History of Astronomy*, xxviii, 1997, p. 107–117. Le cadran cylindrique décrit, qui semble fonctionner avec deux gnomons, date du IV<sup>e</sup> siècle.

11. En reprenant le raisonnement de Drecker, si  $h$  est la hauteur du Soleil et  $\beta$  l’angle projeté, on a  $\sin \beta = \sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2}} \sin h$ . Il est facile de calculer l’inclinaison globale  $i$  d’une ligne d’heure depuis l’horizontale en calculant les coordonnées du point solstice été et du point solstice d’hiver ( $x_e, y_e$  pour l’été,  $x_i, y_i$  pour l’hiver puis  $\Delta y = y_e - y_i$  ;  $\Delta x = x_e - x_i$ ). On a alors  $\tan i = \Delta y / \Delta x$ . La pente de la ligne T = 6 h mesurée sur le cadran vaut 64° : on ne retrouve pas cette valeur avec la solution de Drecker, ni d’ailleurs la pente des autres lignes, les écarts étant non négligeables. On peut faire varier la longueur du gnomon, modifier la latitude et l’obliquité, il n’est pas possible de retrouver les mesures du cadran. La solution proposée ci-après (*cf. infra*) ne donne d’ailleurs pas de meilleurs résultats.

12. Les angles  $\omega$  ont été calculés avec les constantes suivantes :  $\varphi = 50^\circ$ ,  $r = 32$  mm,  $\varepsilon = 24^\circ$ ,  $a = 10$  mm.

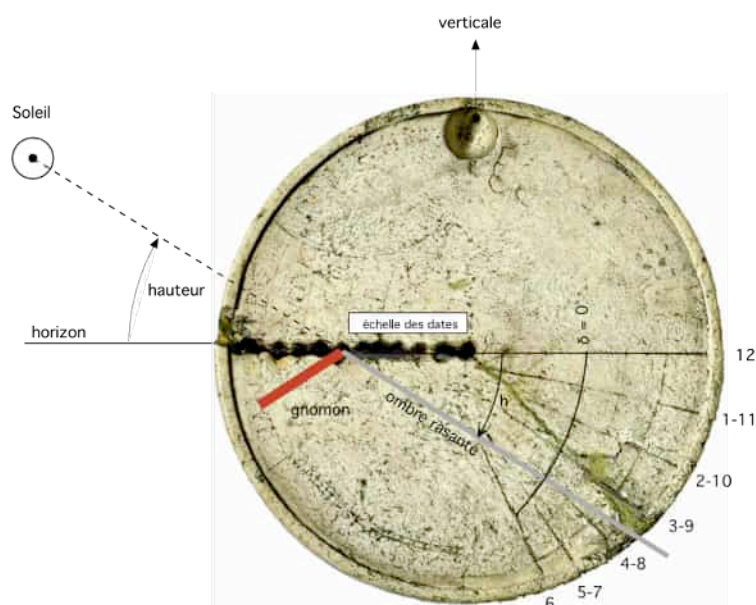
Si celui-ci a été tracé point par point en fonction du premier jour du mois comme le laisse entendre le gnomoniste allemand, obtenir une droite d'heure pose un sérieux problème comme on va le voir ci-après.

### 1.3 Autre solution

Lorsqu'on examine une image détaillée du cadran de Mayence (fig. 1 page 101), on voit immédiatement que le diamètre des trous d'implantation du gnomon (2,7 mm) est très important par rapport à la finesse du tracé. De sorte que comme tout cadran portable de hauteur où la lecture est très difficile au voisinage du passage du Soleil au méridien (heures inégales 5, 6, 7), une ombre projetée du même diamètre que le trou ne peut que rendre la lecture encore plus hasardeuse (voire totalement impossible en hiver pour les heures encadrant  $T = 6$  h). Il ne peut donc pas s'agir d'un cadran précis, mais d'un cadran de « prestige » utilisé certainement en pendentif, presque un « amusement » comme l'étaient les cadrans médaillons<sup>13</sup>, qui donne une estimation grossière de l'heure inégale.

Un point important, que l'on retrouve dans le cadran de Ponteilla, doit être souligné : si le rayon pour construire les arcs est constant (32 mm) dans l'exemplaire de Mayence, on remarque que l'arc d'hiver n'a pas son centre sur le cercle limite mais est légèrement décalé, pour justement lui donner une ampleur qu'il n'aurait pas s'il passait par le centre du cadran ; le cercle d'hiver est donc légèrement décalé à droite du trou central. Il faut en tenir compte dans le calcul à partir de l'échelle des dates.

Plusieurs simplifications peuvent être opérées à la solution de Drecker : au lieu d'imaginer que l'on projette sur le cadran un angle  $\beta$  qui dépend de la longueur du gnomon et du rayon, il est plus simple d'imaginer que le cadran est indépendant de ces valeurs et que l'ombre projetée en lumière rasante<sup>14</sup> (donc en plaçant le cadran dans le plan du Soleil) donne directement la hauteur du Soleil (fig. 5).



**FIGURE 5** – Principe de fonctionnement du cadran de Mayence en éclairage rasant : on amène le cadran dans le plan du Soleil de façon à ce que l'ombre du gnomon tombe sur l'abaque. On lit l'heure à l'intersection de l'ombre et du cercle de la date.

13. Voir Denis Savoie, « Les cadrans solaires médaillons antiques », *Cadran Info* n° 30, octobre 2014, p. 88–92.

14. Drecker réfute cet usage en arguant qu'on ne connaît aucun cadran solaire portable antique utilisant la lumière rasante.

De plus, — et c'est là un point fondamental —, seul l'usage de deux points correspondant à la hauteur du Soleil aux deux solstices peut expliquer que les lignes d'heures soient rectilignes<sup>15</sup>. Depuis le pied du gnomon mobile, les coordonnées d'un point sont donc ( $r = 32 \text{ mm}$ ) :

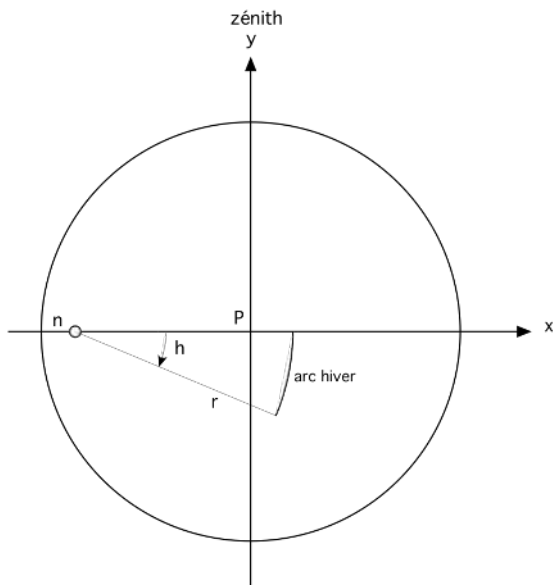
$$\begin{aligned} x &= r \cos h \\ y &= r \sin h \end{aligned}$$

$h$  étant la hauteur du Soleil calculée pour chaque heure inégale.

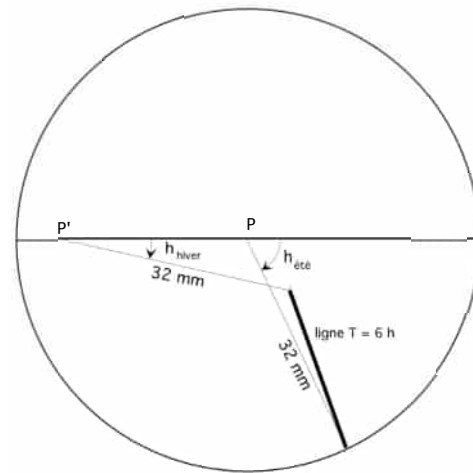
Si l'on reporte les points depuis le centre  $P$  du disque par lequel on fait passer un système d'axes ( $x$  vers la droite,  $y$  vers le haut, fig. 6), qui est aussi la position du gnomon au solstice d'été, on a :

$$\begin{aligned} \text{en été :} \quad & x = r \cos h \\ \text{en hiver :} \quad & x = r(\cos h - 1) + n \\ & y = -r \sin h \end{aligned}$$

$n$  désigne ici la correction qu'il faut ajouter à  $r$  en raison du décalage du centre de l'arc d'hiver.  $n$  est fixé par le constructeur et on peut en avoir une bonne estimation en faisant des mesures directes sur le cadran. Dans le cas du cadran de Mayence, on a mesuré  $n \approx 26,7 \text{ mm}$ , soit  $n = r (5/6)$  : il y a 5,3 mm d'écart entre le centre de l'arc hiver et l'extrémité du rayon.



**FIGURE 6** – Chaque cercle de date a le même rayon dont l'origine se trouve sur l'échelle des dates. On laisse un espace  $n$  entre le cercle limite et la date d'hiver de façon à ce que le cercle ne passe pas par le centre du disque.



**FIGURE 7** – Principe de construction du cadran de Mayence avec un compas et un rapporteur.

Dans la solution de Drecker, il suffit de remplacer  $h$  par  $\beta$  dans les formules donnant  $x$  et  $y$ . Il s'agit donc d'un calcul très simple si l'on se contente de rapporter les points depuis l'échelle

15. Pour que les lignes soient parfaitement rectilignes, il faudrait couper le cadran en deux parties : une partie solstice d'été-équinoxe, une partie solstice d'hiver-équinoxe. C'est ce que l'on trouve dans le cadran à double limbe, qui date de la fin du Moyen âge : voir Denis Savoie, « Cadran solaire portable à double limbe », *Cadran Info* n° 41, mai 2020, p. 33-40.

des dates. Rappelons que l'on obtient la hauteur  $h$  du Soleil en fonction de l'heure inégale par :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$

où  $H$  l'angle est l'angle horaire et  $\delta$  est la déclinaison du Soleil qui se calculent par :

$$\sin \delta = \sin 24^\circ \sin \lambda$$

$\lambda$  étant la longitude du Soleil que l'on fait varier de  $90^\circ$  au solstice d'été à  $270^\circ$  au solstice d'hiver en passant par  $180^\circ$  pour l'équinoxe d'automne (les valeurs de la déclinaison sont symétriques du solstice d'hiver au solstice d'été) ; on prend une obliquité de l'écliptique de  $24^\circ$ . En appelant  $T$  l'heure inégale ( $T = 0$  au lever,  $T = 6$  à midi solaire,  $T = 12$  au coucher). L'angle horaire du Soleil s'obtient par :

$$H = \frac{T \times H_0 - 6 H_0}{6}$$

où l'arc semi-diurne  $H_0$  se calcule par :  $\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$ .

Les points que l'on obtient en faisant varier, pour une même date, l'heure inégale  $T$  de 6 h à 12 h (les heures du matin sont symétriques de celles de l'après-midi) dessinent un abaque où les portions de droite ne convergent pas vers le même point <sup>16</sup>.

On peut aussi tracer bien plus facilement le cadran à l'aide d'un compas et d'un rapporteur (fig. 7 page précédente) : depuis le pied du gnomon mobile, on trace un arc de cercle de rayon 32 mm ; puis on reporte la hauteur (il faut faire partir l'arc de cercle de la date depuis la ligne  $T = 6$  h jusqu'à l'horizon où  $T = 12$  h). On trace le point été et le point hiver qu'on relie par une droite ; on répète l'opération pour chaque ligne. Il suffit ensuite de placer un gnomon de 1 cm ou 2 cm qui porte ombre sur la surface, de maintenir le cadran vertical en le tournant vers le Soleil de façon à ce que le gnomon projette une ombre quasi-rasante sur la surface. Il faut que le diamètre du cadran soit parfaitement horizontal sans quoi la hauteur du Soleil mesurée est faussée. L'heure inégale se lit à l'intersection d'un arc et d'une droite ; entre deux arcs, on interpole.

La simplification effectuée à partir des deux points solsticiaux conduit parfois à s'écarter notablement de ce qui devrait être tracé et dépend, comme on l'a dit, de la règle de déplacement du gnomon. Si l'on suppose que celui-ci se déplace linéairement en parcourant le rayon du disque divisé en 12 trous, et que l'on calcule la hauteur du Soleil pour chaque heure inégale pour chaque mois et qu'on relie les points, on obtient une courbe sinueuse, très prononcée pour les heures encadrant midi solaire. Dans ce cas, les coordonnées d'un point quelconque d'une ligne depuis le centre se calculent par :

$$\begin{aligned} x &= r \cos h - \Delta \ell \\ y &= -r \sin h \end{aligned}$$

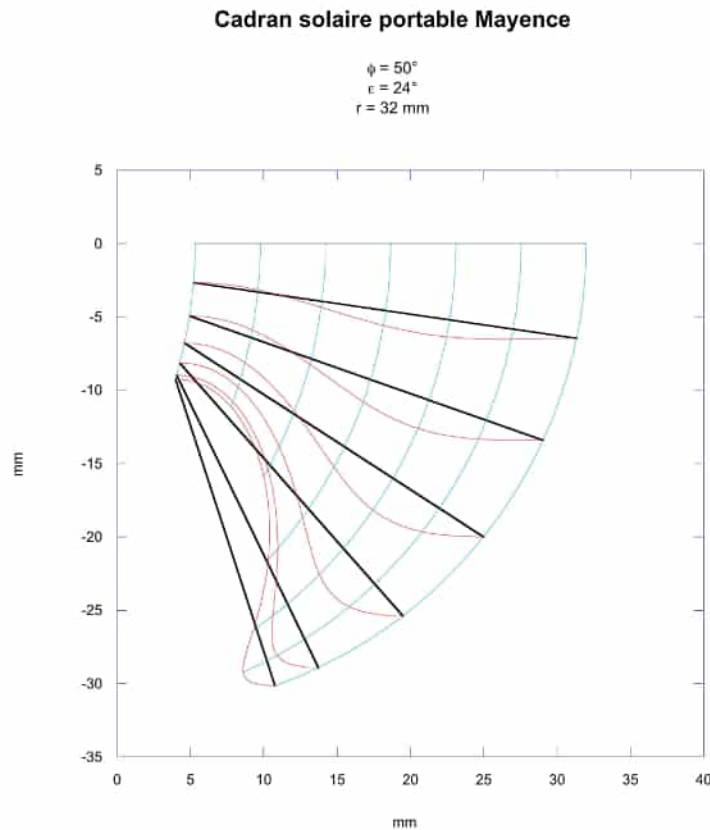
$\Delta \ell$  étant la correction <sup>17</sup> à  $x$ , que l'on peut obtenir par :  $\Delta \ell = [r - n/180^\circ] \times (\lambda - 90^\circ)$  où  $\lambda$  est la longitude du Soleil que l'on fait varier de  $90^\circ$  au solstice d'été à  $270^\circ$  au solstice d'hiver.

Sur la figure 8 page ci-contre on a superposé les droites d'heures et les courbes réelles. Ces dernières ont la forme d'une sinusoïde qui peut s'écarter considérablement d'une ligne d'heure :

16. L'abscisse  $x_0$  depuis P (centre du cadran) du point où une ligne d'heure coupe le diamètre du cadran s'obtient de la façon suivante : ayant calculé les coordonnées des deux points solsticiaux ( $x_e, y_e$  pour l'été,  $x_i, y_i$  pour l'hiver), on calcule le coefficient directeur  $p$  de la droite par  $p = (|y_e| - |y_i|) / (x_e - x_i)$ . D'où  $x_0 = -[(|y_i| - p x_i) / p]$ . L'arc-tangente de  $p$  donne l'angle de pente  $\omega$  de la ligne par rapport au diamètre horizontal du cadran.

17. C'est une simple règle de trois rapportée au centre du cadran.

c'est le cas pour  $T = 6$  h et pour  $T = 5$  h–7 h où l'on voit que la lecture du cadran est impossible presque six mois de l'année (sauf le jour du solstice d'hiver). L'ombre n'atteint pas la ligne en automne et en hiver pour l'heure prévue car pour l'emplacement choisi du gnomon, cela suppose une hauteur du Soleil trop importante. En été le cadran retarde parfois de plus d'une heure inégale mais il est correct au solstice.



**FIGURE 8** – Abaque calculé du cadran de Mayence avec un déplacement du gnomon en fonction des mois. Les heures sont en réalité des courbes sinusoïdales (rouges) et non des droites (noires).

#### 1.4 Règle d'espacement des gnomons

En théorie, on peut avoir trois possibilités : un déplacement linéaire ou un déplacement en fonction du signe zodiacal ou un déplacement en fonction du premier jour du mois par semestre (fig. 9 page suivante). Mais dans ce dernier cas, les dates ne sont pas symétriques en déclinaison comme on l'a dit : le 1<sup>er</sup> décembre par exemple n'est pas le symétrique du 1<sup>er</sup> février par rapport au 1<sup>er</sup> janvier, etc.

Dans le cas d'un déplacement en fonction du signe zodiacal, ceux-ci doivent respecter la variation de déclinaison du Soleil ; par exemple le trou correspondant à  $\lambda = 120^\circ$  (Lion) et  $60^\circ$  (Gémeaux) doit être plus près du point été  $\lambda = 90^\circ$  (Cancer) que le trou  $\lambda = 150^\circ$  (Vierge) et

30° (Taureau) comme le montre le tableau 2 où l'on donne la déclinaison en fonction du signe.

TABLE 2

Longitude	Déclinaison	Différence
$\lambda = 90^\circ$	$\delta = 24^\circ$	
		3;4
$\lambda = 60^\circ - 120^\circ$	$\delta = 20;6$	
		8;9
$\lambda = 30^\circ - 150^\circ$	$\delta = 11;7$	
		11;7
$\lambda = 0^\circ - 180^\circ$	$\delta = 0^\circ$	
		-11;7
$\lambda = 210^\circ - 330^\circ$	$\delta = -11;7$	
		-8;9
$\lambda = 240^\circ - 300^\circ$	$\delta = -20;6$	
		-3;4
$\lambda = 270^\circ$	$\delta = -24^\circ$	

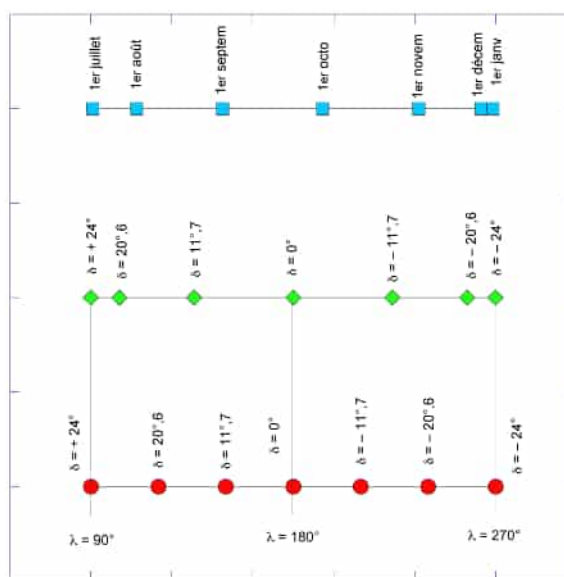


FIGURE 9 – Les trois cas possibles de déplacement du gnomon : en fonction du premier jour du mois (bleu), en fonction du signe zodiacal (vert), linéaire (rouge).

Dans ce cas, la formule donnant l'abscisse d'un point depuis le centre doit être corrigée <sup>18</sup> :

$$x = r \cos h - \Delta 2$$

$$y = -r \sin h$$

avec  $\Delta 2 = \left[ \frac{r - n}{2} \right] \left[ \frac{\varepsilon - \delta}{\varepsilon} \right]$ .

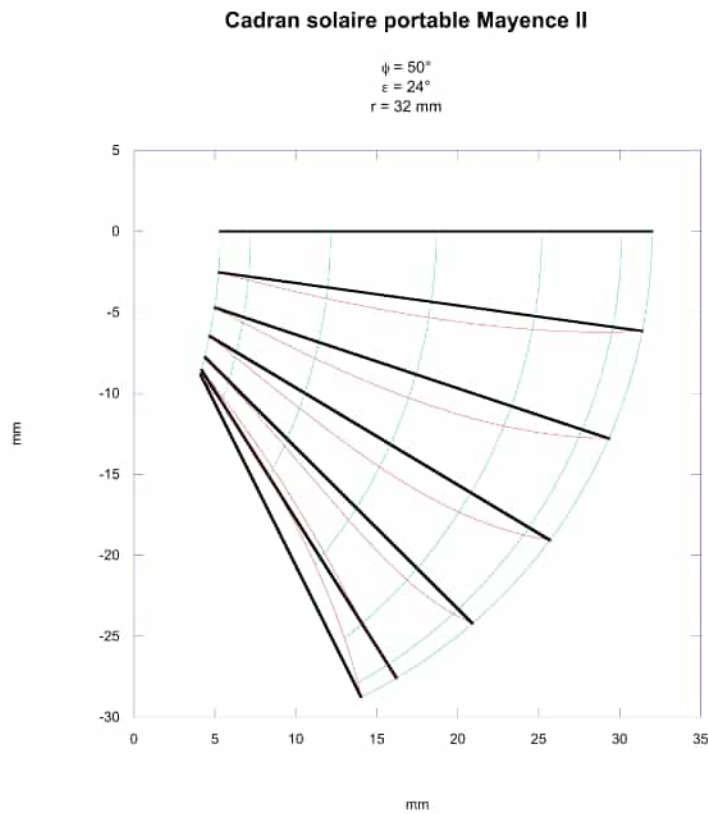
La modification de la règle de déplacement du gnomon (par rapport à un cadran où le gnomon se déplace linéairement comme celui de Mayence) change la position des lignes d'heures, spécialement les lignes proches de T = 6 h, tout comme l'utilisation de la hauteur du Soleil à la place de l'angle  $\beta$ , lequel a pour effet d'abaisser les points « été » des lignes d'heure. Si les deux arcs des solstices et l'arc des équinoxes restent inchangés, les dates intermédiaires ( $\lambda = 120^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $240^\circ$  et leurs symétriques) sont altérées dans leur position. Sur la figure 10 page suivante, on a tracé le cadran de Mayence avec une telle règle (hauteur du Soleil et déplacement du gnomon en fonction du signe zodiacal) : on voit que les arcs de cercles ne sont plus espacés avec la même régularité que dans le cas d'un déplacement linéaire.

Si on trace les lignes d'heure en reportant les points pour chaque signe zodiacal (donc en faisant varier  $\lambda$  tous les  $30^\circ$ ), on observe des différences majeures : avec un déplacement linéaire, la ligne devient une courbe sinueuse coupant une ligne d'heure tandis qu'avec un déplacement non-linéaire, la ligne devient un arc (fig. 10 page ci-contre). Dans les deux cas, on constate que la ligne droite est une approximation. Notons enfin que l'usage de la hauteur du Soleil à la place de l'angle  $\beta$  ne rend pas compte non plus totalement de l'inclinaison des lignes d'heures comme le montre le tableau 3, même si l'écart avec les valeurs mesurées est nettement plus petit :

18.  $\Delta 2$  est une simple règle de trois, rapportée au centre du cadran.

**TABLE 3**

Heure inégale	Inclinaison de la ligne d'heure		Inclinaison théorique	
	Mayence	avec $\beta$	avec $\beta$	avec $h$
6 h	$64^\circ \pm 1^\circ$	$72^\circ$	$72^\circ$	$64^\circ$
5 h–7 h	$56 \pm 1^\circ$	$64^\circ$	$64^\circ$	$58^\circ$
4 h–8 h	$45 \pm 1^\circ$	$46^\circ$	$46^\circ$	$45^\circ$
3 h–9 h	$35 \pm 1^\circ$	$33^\circ$	$33^\circ$	$31^\circ$
2 h–10 h	$23 \pm 1^\circ$	$19^\circ$	$19^\circ$	$18^\circ$
1 h–11 h	$12 \pm 1^\circ$	$8^\circ$	$8^\circ$	$8^\circ$



**FIGURE 10** – Abaque calculé du cadran de Mayence avec un déplacement du gnomon en fonction du signe zodiacal. Les heures deviennent des arcs (rouges) qui s'écartent légèrement des droites d'heures (noires).

Si on a mesuré sur le cadran les hauteurs méridiennes au solstice d'été  $h_{\text{été}}$  et au solstice d'hiver  $h_{\text{hiver}}$ , on peut déduire directement l'obliquité et la latitude par :

$$\varepsilon = \frac{h_{\text{été}} - h_{\text{hiver}}}{2}$$

$$\varphi = \frac{180^\circ - h_{\text{été}} - h_{\text{hiver}}}{2}$$

On peut aussi déduire la latitude en mesurant la hauteur à midi aux équinoxes puisque dans ce cas on a  $\varphi = 90^\circ - h$ ; mais si l'on part du principe que le cadran a été tracé par les deux points solsticiaux, le point équinoxial ne résulte pas du calcul et donc son usage est déconseillé. Appliqué au cadran de Mayence, en supposant qu'on lise la hauteur méridienne et non l'angle  $\beta$ , les résultats donnent une obliquité de  $24^\circ$  à  $25^\circ$  et une latitude d'utilisation qui varie de  $44^\circ$  à  $45^\circ$ . Il faut garder beaucoup de distance face à ces résultats car ils reposent sur des hypothèses incertaines quant à la ligne  $T = 6$  h et à la position du gnomon. De plus, la solution développée ici n'explique pas de façon satisfaisante l'inclinaison globale des lignes d'heures, problème que l'on retrouve dans le cadran de Ponteilla.

## 2 Le cadran de Ponteilla

### 2.1 Description

Du cadran de Ponteilla (latitude  $\varphi = 42^\circ 38'$ ) ne subsiste qu'un seul fragment en marbre rose dont le diamètre total restitué<sup>19</sup> est de 94 mm, ce qui est légèrement plus grand que le cadran de Mayence (fig. 11 page ci-contre). Si on soustrait du diamètre la partie circulaire décorative, on a un cadran solaire utile de rayon 42 mm. Il comporte des différences importantes par rapport à celui de Mayence : l'abaque de lecture est situé à gauche du cadran et les sept emplacements du gnomon en fonction de la date sont situés dans la partie droite, sans aucune inscription. L'ampleur de l'abaque est ici beaucoup plus importante que dans le cadran de Mayence puisqu'il dépasse même le quart inférieur gauche. D'autre part, les lignes d'heures semblent toute converger vers le même point sur l'échelle des dates, ce qui là encore n'est pas le cas sur le cadran de Mayence. Sept arcs de cercle subsistent ainsi que sept droites des heures (la ligne 1–11 se devine à peine) où seules les lignes 6 et 5–7 sont entières, avec la particularité que les arcs de cercle sont prolongés au-delà de la ligne 6 jusqu'au cercle limite (fig. 12 page 114).

On ne connaît que deux photos de ce cadran<sup>20</sup>, desquelles sont issues les mesures ci-après ; rappelons que sur ce cadran,  $1^\circ$  représente 0,7 mm. On remarque enfin dans le quart inférieur droit sur le cercle limite des marques espacées tous les  $15^\circ$ .

### 2.2 Échelle des dates

Il est difficile de dire exactement si l'échelle de déplacement du gnomon du cadran est linéaire ou zodiacal : le trou « équinoxial » n'est pas situé à mi-chemin entre les deux points extrêmes (qui sont en théorie les solstices) et le point correspondant à  $\lambda = 120^\circ$  ( $60^\circ$ ) paraît trop éloigné du point été ; en plus on a les trois premiers trous de gauche situés sur le même intervalle que les quatre derniers trous à droite, ce qui n'est pas cohérent. Donc si la présence de 7 emplacements est en faveur d'un déplacement zodiacal, celui-ci semble très irrégulier. Les rayons des arcs de cercle sont par contre très constants.

19. *Carte archéologique de la Gaule 66*, « Les Pyrénées-Orientales », *op. cit.* : le fragment mesure 87×64 mm.

20. *Carte archéologique de la Gaule 66*, « Les Pyrénées-Orientales », *op. cit.*, fig. 580. Je dois cette photo à l'obligeance de Jérôme Kotarba, archéologue à l'INRAP.

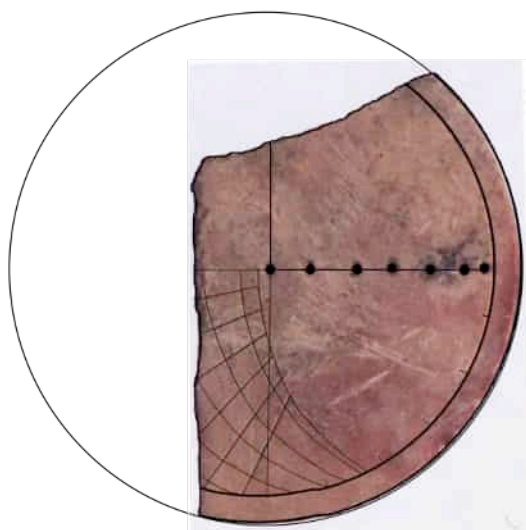




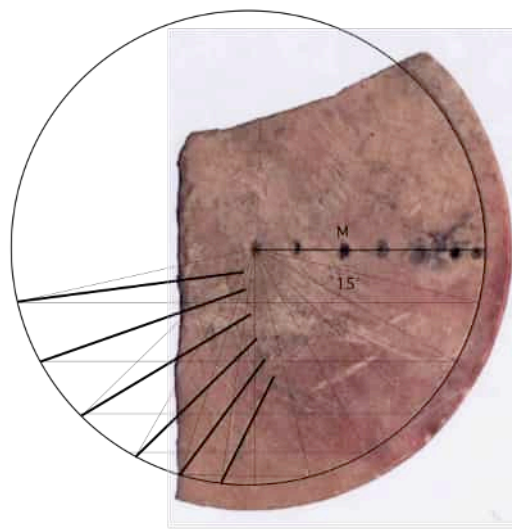
**FIGURE 11** – Photo du cadran original de Ponteilla. C'est un disque en granite de 94 mm de diamètre.

Une autre différence avec le cadran de Mayence est liée à la position des lignes horaires par rapport à la verticale passant par le trou central : dans le cadran de Mayence, les lignes ne franchissent pas la verticale. Alors que dans le cadran de Ponteilla, les lignes 6 h, 5 h–7 h et 4 h–8 h dépassent la verticale sur la droite. Si on calcule le cadran avec les paramètres ( $n \approx 3 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 42^\circ 38'$ ,  $\delta = 24^\circ$ ), donc en prenant la latitude du lieu où il a été découvert, l'abaque est très différent du « vrai » tracé. Pour qu'il soit presque en accord, il faut calculer l'abaque pour une latitude de  $33;5$ , qui est justement celle que l'on obtient en mesurant les hauteurs supposées méridiennes sur la ligne T = 6 h ( $h_{\text{été}} = 82^\circ$ ,  $h_{\text{hiver}} = 31^\circ$ , incertitude  $\pm 1^\circ$ ). Le cadran serait donc calculé pour une latitude basse, à peu près celle de Carthage. Par contre

l'écart entre la ligne 6 h et la ligne 5–7 h est très différent du tracé réel et la convergence des lignes que l'on observe sur le cadran n'est pas explicable.



**FIGURE 12** – Cadran de Ponteilla redessiné (J. Bonnin).



**FIGURE 13** – Réseau de droites de 15° sur le cadran de Ponteilla.

Cela signifie donc qu'utilisé à la latitude de Ponteilla, le cadran ne fonctionnait pas, ou indiquait une heure très erronée. Par exemple au solstice d'été où la hauteur méridienne du Soleil est de 71°, l'ombre n'atteint jamais le point « midi »  $T = 6$  h du cadran (placé pour une hauteur de 82°) et indique 7 h 30 m (ou 4 h 30 m si on est le matin). En hiver la situation est plus dégradée puisque au lieu d'indiquer  $T = 6$  h, le cadran indique 8 h (ou 4 h). À la latitude de Carthage le cadran était correct aux deux solstices à midi solaire. Pour les autres heures, l'écart avec la réalité était systématique; il faut à ce propos s'entendre sur la signification du mot « écart » ou « erreur ». Il est bien évident que sur un objet aussi petit, où en se trompant dans la mesure sur la photo du cadran de 2 mm on commet une erreur de presque 3°, il est difficile de concilier la rigueur du calcul mathématique avec l'épure. D'ailleurs comment l'utilisateur pouvait se rendre compte que son cadran n'était pas rigoureux s'il n'avait pas un cadran de référence ?

Si l'on prend la solution de Drecker avec un gnomon de longueur fixe, on constate qu'un gnomon de 8 mm sauve les apparences pour les lignes  $T = 6$  h et  $T = 5$  h–7 h mais ne fait pas mieux qu'un usage en lumière rasante pour toutes les autres lignes.

Par contre utilisé pour sa latitude de construction (autour de 33;5), le cadran fonctionnait assez correctement.

Quant à l'inclinaison des lignes d'heures calculées pour une latitude de 33°, on note que les écarts avec les mesures sont considérables (tableau 4 page ci-contre).

On notera pour finir que les inclinaisons des lignes d'heure du cadran de Ponteilla sont assez voisines (avec une incertitude de 1° ou 2°) de celles du cadran de Mayence<sup>21</sup>, même si la position des lignes est différente.

21. Ce voisinage n'est pas surprenant : lorsque l'on calcule l'inclinaison d'une ligne d'heure en fonction de la latitude (variation de 35° à 55° de latitude), on vérifie que l'inclinaison de chaque ligne reste comprise entre deux bornes espacées de 3° à 4°.

**TABLE 4**  
**Pente des lignes d'heures du cadran de Ponteilla**

Heure inégale	Inclinaison de la ligne d'heure	
	Ponteilla	théorique
6 h	$63^\circ \pm 1^\circ$	$61^\circ$
5 h–7 h	$53^\circ$	$48^\circ$
4 h–8 h	$44^\circ \pm 1^\circ$	$32^\circ$
3 h–9 h	$31^\circ \pm 1^\circ$	$21^\circ$
2 h–10 h	$21^\circ \pm 1^\circ$	$12^\circ$
1 h–11 h	$12^\circ \pm 1^\circ$	$5^\circ$

### 2.3 Hypothèse pour le tracé

Puisque ni la solution faisant usage d'un gnomon, ni celle qui n'en utilise pas, ne rendent compte de l'inclinaison des lignes d'heures et que la détermination de la latitude donne des résultats étonnants (mais plausibles), il faut imaginer d'autres systèmes de tracé de l'abaque ou d'usage du cadran.

Il n'est pas exclu que cet objet soit un pseudo-cadran, c'est-à-dire que son tracé ne réponde à aucun critère gnomonique. On peut s'en faire une idée grâce à deux indices, bien visibles sur le cadran de Ponteilla : le premier est que les lignes d'heures semblent converger vers le même point sur le diamètre du cadran (vers le troisième trou).

Le deuxième indice se voit sur la partie inférieure droite du cadran (fig. 13 page précédente) : on remarque, sur le cercle limite, des encoches. Rapportées au centre du disque, ces encoches correspondent à des angles de  $15^\circ$ . Depuis ces encoches, on mène une droite horizontale vers la gauche et l'on constate qu'elles aboutissent à l'intersection d'une ligne d'heure avec le cercle limite, sauf pour la ligne  $T = 6$  h où l'angle vaut  $(15^\circ/2) = 7,5^\circ$ . Et donc on retrouve dans la partie gauche des secteurs de  $15^\circ$  si on les rapporte au centre du cadran.

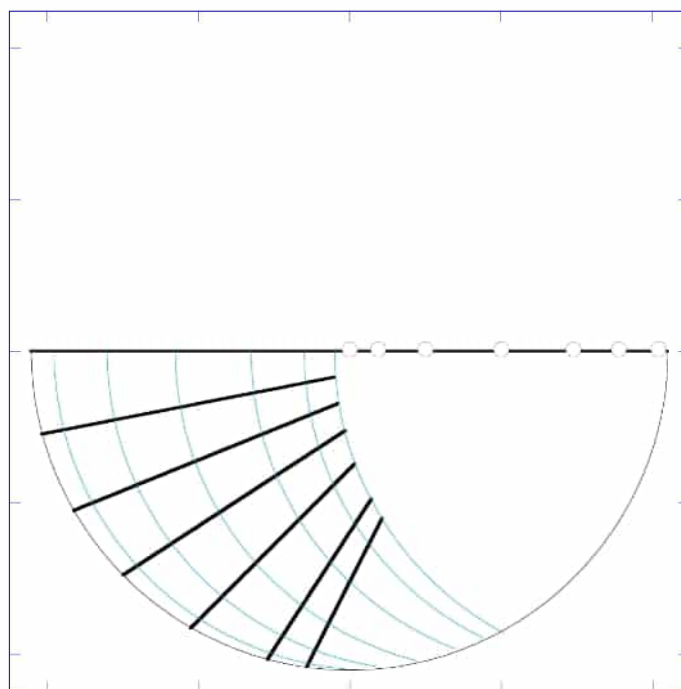
**TABLE 5**

Heure inégale	Inclinaison de la ligne d'heure		
	Ponteilla	Mayence	pseudo-cadran
6 h	$63^\circ \pm 1^\circ$	$64^\circ \pm 1^\circ$	$63^\circ$
5 h–7 h	$56^\circ \pm 1^\circ$	$56^\circ \pm 1^\circ$	$57^\circ$
4 h–8 h	$44^\circ \pm 1^\circ$	$45^\circ \pm 1^\circ$	$45^\circ$
3 h–9 h	$31^\circ \pm 1^\circ$	$35^\circ \pm 1^\circ$	$33^\circ$
2 h–10 h	$21^\circ \pm 1^\circ$	$23^\circ \pm 1^\circ$	$22^\circ$
1 h–11 h	$12^\circ \pm 1^\circ$	$12^\circ \pm 1^\circ$	$11^\circ$

Depuis chacun de ces points horaires du cercle limite, on mène une droite vers le point M, milieu de l'intervalle de l'échelle des dates, tel que la distance entre le centre du cadran

et le point M est égal à  $(\tau/3)$ . On obtient l'abaque complet en traçant les arcs depuis l'échelle des dates (fig. 14). Et on vérifie que les inclinaisons des lignes sont proches de celles des deux cadrans comme le montre le tableau 5 page précédente.

### Cadran solaire Ponteilla abaque non gnomonique



**FIGURE 14** – Abaque du cadran de Ponteilla dessiné uniquement avec des angles de  $15^\circ$ . Le gnomon se déplace sur la droite en fonction du signe zodiacal.

Cette construction géométrique ne fait appel à aucun calcul, à aucun paramètre astronomique (latitude, obliquité), n'utilise que des angles de  $15^\circ$  et demande de décaler un point de un tiers du rayon. Il existe certainement d'autres possibilités qui donnent encore des résultats plus proches des mesures mais il faut bien se rendre à l'évidence que chercher le degré de précision sur un objet aussi petits est déraisonnable. L'absence d'inscription laisse penser que ce cadran n'était peut-être qu'une tentative de réalisation. D'autant que les encoches tous les  $15^\circ$  sur la partie droite du cercle limite restent inexplicables ; on peut supposer que le constructeur a commencé son cadran sur la droite avec ces lignes espacées de  $15^\circ$  mais qu'il s'est rendu compte que c'était incorrect, ce qui l'a obligé à tracer son abaque sur la partie gauche.

Il reste également la mise en station du cadran : contrairement à celui de Mayence, il pèse davantage et il est peu probable de l'imaginer suspendu au bout d'un fil. C'est plutôt un cadran que l'on pouvait orienter à la main, bien que son maintien vertical soit difficile. Étant donné qu'il manque presque la moitié de l'objet, on ignore ce qui se trouvait sur la partie disparue (inscriptions ? trou de suspension ?). Quant aux encoches de  $15^\circ$  qui subsistent sur le limbe, elles laissent penser que le cadran était peut-être inachevé ; était-ce un cadran-essai ?

Le fonctionnement de ces deux cadrans solaires antiques reste donc problématique et la découverte du cadran de Ponteilla n'éclaire pas mieux celui de Mayence. Il faut souhaiter que

des fouilles archéologiques mettent à jour dans le futur d'autres exemplaires qui nous aident à mieux comprendre leur principe.

Remerciements à Jérôme Bonnin pour ses photos et ses suggestions ainsi qu'à Jérôme Kotarba pour ses images et ses renseignements sur le cadran de Ponteilla.



## *Cadrans cachés dans un tableau ...*

Notre collègue Monique Turpin a découvert de nouveaux cadrans représentés sur un tableau exposé au musée du Louvre. Ils avaient échappés jusqu'à présent aux regards.



« Il s'agit du tableau l'Air ou l'Optique de Jan Brueghel dit de Velours ou l'Ancien, fils de Pieter Brueghel, qui fait parti d'une série de quatre tableaux dont le thème est les 4 éléments.

Le tableau est une huile sur cuivre daté de 1621 qu'on peut trouver « salle 20, Flandres du XVIII<sup>e</sup> siècle ».

Voici deux photos : du tableau et du détail en bas à droite. Malheureusement, la photo du globe n'est pas parfaite ».

Un article est prévu sur le blog de M. Turpin.



---

## Un canonial du XXI<sup>e</sup> siècle expertisé !

par Denis Schneider

---

*M. Denis Schneider, après avoir vérifié que le « canonial » du bois de Guédelon n'était pas apocryphe, étudie des cadrans canoniaux où lignes canoniales et lignes temporelles se côtoient également dans une étonnante variété.*

Fin août 2019, Denis Savoie m'adressait une photo prise par des amis (Ph. 1) en me demandant : « Ce *canonial* de Guédelon est-il vraiment canonique ? ». Il précisait le lendemain que le cadran était visible sur le site des cadrans de l'Yonne de Michel Lalos, commune de Treigny (Ph. 2).



**FIGURE 1**



**FIGURE 2** – Le canonial de Guédelon — Commune de Treigny (89 520).

Je n'étais pas choqué par l'aspect de ce canonial où lignes d'heures canoniales et subdivisions temporelles se côtoyaient mais encore fallait-il vérifier dans notre inventaire qu'il en existait bien de semblables. En effet, ce cadran de Guédelon est une création du XXI<sup>e</sup> siècle tout comme le château fort en construction depuis 1998 sur une idée de Michel Guyot, bâtisseur de rêves et restaurateur des châteaux de La Roche et de Saint-Fargeau, toujours dans l'Yonne!

En passant en revue plus de 1300 photos sur Guédelon, je m'aperçus qu'il n'était pas sur le château ou sur sa tour qui abrite la chapelle mais qu'il était suspendu à la face Sud d'un petit bâtiment annexe (Ph. 3).

D. Savoie était légitimement fondé à considérer qu'un cadran canonial pouvait se résumer à la simplicité (Ph. 4) : quatre secteurs égaux délimités par cinq lignes d'heures canoniales, les autres heures canoniales étant crépusculaires ou nocturne.



FIGURE 3 – Cabanon de chantier au canonial.



FIGURE 4 – Exemple de canonial « pur ».

Passant en revue tous les canoniaux français, j'en trouvais deux qui s'apparentaient bien à celui de Guédelon à la surprise de D. Savoie qui souhaitait un éclairage (Ph. 5 & 6).



FIGURE 5 – Péréuil (16).



FIGURE 6 – Foussignac (16).

Je ne parlerai que des canoniaux pour lesquels les heures canoniales sont marquées par un signe distinctif (lignes plus longues, croisillons, initiales des Heures). La plupart des cadrans dits canoniaux n'ont pas ces marques sans doute parce que l'oeil peut les repérer si nécessaire ; de nombreuses divisions rendent l'appellation « cadran canonial » sinon abusive du moins moins pertinente. C'est l'abbé André Glory en 1932 qui l'a proposée dans son article « L'adolescent au cadran solaire de la cathédrale de Strasbourg — Étude sur la gnomonique du Haut Moyen-Âge ». Les pays étrangers parlent essentiellement de cadrans médiévaux (parfois *scratch, incised, anglo-saxon dials*). Mario Arnaldi distingue les *medievali orologi* (on ne voit pas d'heures canoniales distinctes) des *canonico orologio* (excluant les cadrans avec toutes les lignes horaires) comme G. D. von Rossum en distinguant l'*hora quoad tempus* de l'*hora quoad officium* (l'heure de prière).

Ce qui rend les choses plus complexes, c'est que les heures canoniales bien marquées peuvent l'être parmi des divisions temporelles variées, voire se positionner entre les divisions !

Dom Adalbert de Vogüé, dans son monumental « Commentaire historique et critique de la Règle de saint Benoît », écrit :

Alors que le Maître, avec toute la tradition, construit son emploi du temps avec les heures de l'office, Benoît fonde le sien sur la lecture et le travail, la sieste et le repas. . . Il est au moins étrange que les offices paraissent se faufiler dans l'horaire au lieu d'en déterminer la structure. L'horaire très simple du Maître, articulé sur les heures immobiles de Tierce, Sexte et None, devient une savante marqueterie où chaque office est susceptible d'être avancé, reculé ou même omis, selon les commodités du travail. Tierce est célébrée à la 2<sup>e</sup> heure en hiver et probablement à la 4<sup>ème</sup> en été ; Sexte est dite à une heure indéterminée, tantôt passée sous silence ; None est avancée au milieu de la 8<sup>e</sup> heure et probablement retardée jusqu'à la 10<sup>e</sup> heure, sinon complètement omise, durant le carême.

Ce commentaire d'A. de Vogüé est fondamental pour éclairer notre sujet.

(Ph. 7) On retrouve en Angleterre à Bishopstone ainsi qu'en Palestine à Bersabée les heures canoniales marquées parmi les douze heures temporelles comme à Guédelon.

(Ph. 8) À Tulle (19), les heures canoniales sont curieusement séparées chacune par une subdivision.

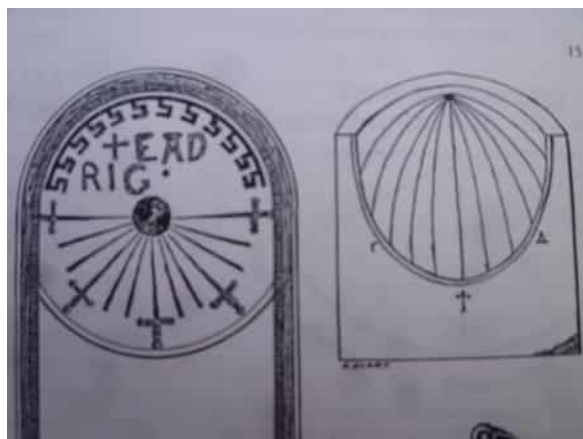


FIGURE 7



FIGURE 8

(Ph. 9 page ci-contre) À Saint-Yrieix-la-Perche (87), ce sont cinq lignes canoniales qui divisent le demi-cercle en six secteurs égaux mais Prime et Vêpres ne sont pas sur l'horizontale.



(Ph. 10) À Donnemary-Dontilly (77), les six secteurs sont symétriques mais inégaux avec, encore visibles, l'initiale de Vêpres qui n'est pas non plus sur l'horizontale et None marquée IX!



FIGURE 9



FIGURE 10

(Ph. 11) À Taurisano (Italie du Sud byzantine), six secteurs égaux avec les lettres grecques pour les initiales des offices; *Sexte* se trouve sur la ligne avant la verticale et *Complies* sur l'horizontale.

(Ph. 12) À Suèvres (41), 10 secteurs égaux avec des croisillons sur les 3<sup>e</sup>, 6<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> lignes, *Prime* et *Vêpres* n'apparaissant pas du fait du partage du demi-cercle en dix secteurs au lieu de douze.



FIGURE 11



FIGURE 12

(Ph. 13 page suivante) À Grabern (Autriche), douze secteurs égaux avec les cinq lignes d'heures canoniales dont les extrêmes ne sont pas sur l'horizontale d'où une ligne d'heure canoniale toutes les deux heures temporelles.

(Ph. 14 page suivante) Au Musée de Côme en Italie (cadran de l'abbaye d'Acquafredda), les heures canoniales sont marquées par de petites subdivisions qui s'intercalent dans les 3<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> secteurs.

(Ph. 15 page suivante) Sur l'abbaye de La Tenaille (17), canonial orienté à douze secteurs égaux parmi lesquels se calent les subdivisions d'heures canoniales dans les 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> secteurs comme la Règle de saint Benoît le stipule sans compter une autre subdivision dans le 3<sup>e</sup> secteur pour marquer la place de la messe conventuelle.

(Ph. 16 page suivante) À Florence, sur le Ponte Vecchio, un cadran civil à trois systèmes horaires : les cinq gros rayons pour les heures canoniales et sur le bandeau extérieur, cinq

billetes délimitent six secteurs horaires, chacun d'eux subdivisé par un trait portant à douze le nombre d'heures. Il est possible que ce cadran fût à l'origine circulaire comme le laissent penser les rayons supérieurs cassés à leur base (inondation ?).



FIGURE 13

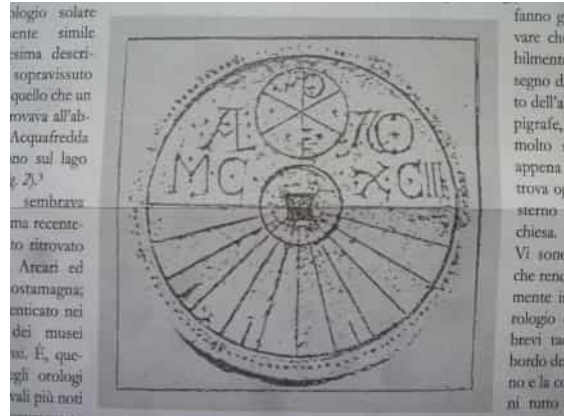


FIGURE 14



FIGURE 15



FIGURE 16



FIGURE 17

Nous venons de voir une grande variété de cadrans canoniaux et il ne fait plus de doute que celui de Guédelon serait bien canonique s'il n'était suspendu à la loge des maçons ou chambre des épures comme me l'a appris Clément Guérard, graveur de ce cadran. Il a appartenu à notre Commission en 1999 ou 2000 et l'a réalisé vers 2010. Il ne se souvenait plus avoir gravé les subdivisions; il pensait l'avoir copié quelque part ou avoir ajouté les subdivisions dans un but pédagogique. Comme il avait visité "le jardin aux cadrans" de Pierre-Joseph Dallet, je lui ai envoyé le canonial de Saint-Hildevert; il a avoué qu'il a pu en être

influencé (Ph. 17 page ci-contre). Il m'a certifié qu'il ne l'avait pas créé pour être cadran de chantier et il n'a jamais servi en tant que tel. Peut-être en gravera-t-il un sur une pierre du château à moins que ce ne soit pour le prieuré cistercien que l'insatiable Michel Guyot désirerait adjoindre au château! Guédelon travaille aussi en partenariat avec *Campus Galli* qui a entrepris la construction d'un monastère en Allemagne sur les plans de Saint-Gall.

Le cadran de Guédelon nous aura permis de revisiter les différentes façons dont les heures canoniales se distinguent au sein même de différents systèmes de divisions horaires et surtout d'éprouver la faible validité de l'appellation française adoptée par commodité de langage ou défaut de compréhension.

Les photos : <https://photos.app.goo.gl/M7F1Xa8N9bDBxy3e9>



## *Horloges astrolabiques*

Photos de Jean-Claude Berçu d'une horloge astrolabique du « musée du Petit Palais (Paris) ».



Nicolas Féau : Horloge de table astrolabique en forme de tour carré, laiton doré, Marseille, vers 1550 (achat sur les arrérages du legs Dutruit, 1925, Inv ODUTO1604).

---

## Ancêtres horologues, mesureurs du temps (II)

par Jean Scordia

---

### NAKHT

Après **Djedhermès** et **Anen** (cf. C.I. n° 36 & 37), je découvre au hasard de lectures et traductions un personnage nommé **Nakht**, « *astrónomo de Amón en tiempos de Tutmosis IV* » (« *astronome d'Amón à l'époque de Toutmosis IV* »). En recherchant des informations sur cette personne de l'Égypte ancienne, j'ai appris deux autres et dernières identités : Harquebis/Harquebi, astrologue et astronome du II<sup>e</sup> siècle avant J.-C. (son nom a été donné à un cratère de la Lune) et **Téti-Ankh** « astronome sur le toit du palais », du XV<sup>e</sup> siècle avant notre ère.

Le **mesureur du temps** par le déplacement du soleil et des étoiles, le « prêtre horaire-astronome-scribe » **Nakht** vécut entre le XV<sup>e</sup> et le XIV<sup>e</sup> siècle avant J.-C. Les « responsables des heures » étaient certainement des astronomes qui, sur la terrasse d'un temple ou d'un palais, observaient le ciel pour mesurer les heures, de jour et de nuit, et sans doute aussi pour y lire le destin.



FIGURE 1

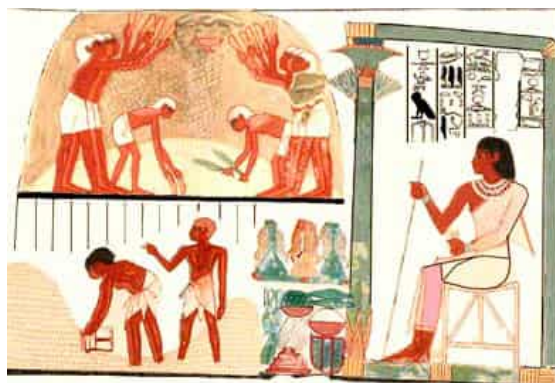



FIGURE 2

Le haut fonctionnaire Nakht est d'abord connu par sa très belle **tombe**, fouillée par l'américain Davis à partir de 1907 ; l'hypogée est de taille modeste mais possède des décors

remarquables qui apportent de nombreuses informations sur la vie quotidienne d'il y a presque quatre millénaires (cf. fig. 1 & 2 page précédente). Les peintures et inscriptions nous apprennent qu'il fut scribe et astronome du pharaon Toutmosis/Tothmès IV (environ 1397–1387 av. J.-C.) et vraisemblablement de son prédécesseur Amenhotep II. La tombe fut ouverte dans la région de Thèbes (Louxor), dans le sud de l'Égypte et elle date de la XVIII<sup>e</sup> dynastie (Nouvel Empire). Elle est une des plus belles par sa décoration très riche en couleurs et en thèmes : le musée des Beaux-Arts de Limoges en a effectué une reproduction fidèle.

Mais malheureusement pour nous, elle est silencieuse sur la représentation de la fonction d'horologue, de « **prêtre horaire** », d'astronome ! Plusieurs inscriptions indiquent les titres du propriétaire : « sesh ounouty en Imen  (« scribe, surveillant des heures d'Amon »). Amon-Rê est le dieu solaire vénéré dans le temple de Karnak, à Thèbes. Les activités de Nakht sont de haute importance, grandement respectées. Le statut de « prêtre horaire » n'est pas comparable à celui d'un prêtre actuel : il pouvait avoir d'autres fonctions, fonder une famille, mais il était exigé de lui propreté et pureté ; le métier de scribe nécessitait une formation d'une dizaine d'année et était considéré comme le métier le plus noble. Trois indices apparaissent en lien avec la qualité du personnage : la richesse décorative de la tombe, les titres du commanditaire de cette tombe et la statuette stélophore découverte au fond du puits funéraire. Cette **statuette** en calcaire mesure environ 40 cm de hauteur et représente Nakht (portrait idéalisé) agenouillé, tenant dans les mains une stèle sur laquelle est gravée une prière au Soleil Rê (fig. 3). C'est un portrait idéalisé du responsable des heures, et la prière au soleil ne peut laisser insensible un gnomoniste contemporain au grand cœur !



« **L'hymne au soleil** » est un texte dont le début est classique et stéréotypé, avec ensuite des variantes : on trouve un hymne original bien connu dans le « Livre des Morts/Sortir vers la lumière du jour et vivre après la mort », au chapitre XV (« Hymne à la gloire de Rê ») (fig. 4). La statuette originale a disparu en 1915 dans le naufrage du navire qui la transportait aux États-Unis, à la suite du torpillage par un sous-marin allemand ! Le découvreur Davies avait repeint le personnage. Personnellement, j'ai souligné par une couleur rouge marron les bas-reliefs de l'hymne, qui se lit de droite à gauche, de haut en bas, sur un des clichés suivants.

FIGURE 3


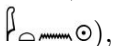
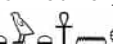
Sur les parois de la tombe (cf. fig. 5 page suivante), Nakht est représenté accompagné de son épouse, chanteuse du dieu Amon, et de ses enfants. Les parents ont vraisemblablement une activité dans la capitale religieuse du Double-Pays, qui possède deux temples dédiés au Grand Dieu Amon (figuré avec un corps d'homme et coiffé de deux hautes plumes) situés à Karnak et à Louxor. Nakht contemple les nombreuses activités de son domaine agricole, dont une récolte de raisins ; il est peint également chassant dans les marais de papyrus. S'agit-il de la vie réelle de son vivant ou de sa vie idéalisée dans l'Au-delà ? Il est fort possible que ses responsabilités de scribe et d'horologue l'aient placé à la tête d'un domaine agricole. Ni les murs ni la stèle ne portent de dates, mais le martelage systématique du nom d'Amon (*Imn* ) permet de préciser une période : celle du pharaon « hérétique » Akhénaton (père de Toutankhamon), qui interdit le culte d'Amon et des autres dieux, et le remplaça par le dieu unique Aton (« le Disque solaire » : *Itn* ) , aux rayons terminés par une main. Le culte d'Amon et le polythéisme seront rétablis par son fils et successeur Toutankhaton (*Twt ank itn* ) , qui deviendra ensuite



FIGURE 4


Toutankhamon (*Twt ank imn* ). Le grattage (« *damnatio memoriae* ») du nom d'Amon se place aux environs de 1340 et 1327.



FIGURE 5

**Traduction partielle de l'inscription au-dessus de Nakht (figure 2 de l'article) :** (colonne 1) « *Il est assis dans une tonnelle / (col. 2) et il contemple ses champs, / (col. 3) le prêtre des heures de / (col. 4 : le nom gratté : d'Amon-Rê) / (col. 5) ... près du grand dieu* »

**Traduction et commentaire de la stèle (d'après une traduction revue de John Hirst) (fig. 6) :** (ligne 1) « *Adorer Rê au moment de son lever jusqu'à son coucher / (1.2) en vie. Par le prêtre horaire (passage gratté : d'Amon) le scribe Nakht, défunt bienheureux. / (1.3) Il dit : "Salut à toi, Rê à ton lever, Atoum à / (1.4) ton coucher. Splendide tu apparais et tu brilles sur le dos de ta mère. Tu es apparu / (1.5) en tant que (partie grattée : roi des dieux). Nout te souhaite la bienvenue. / (1.6) Mâat est autour de toi, sans cesse. Tu traverses le ciel avec un cœur / (1.7) joyeux. La mer des couteaux a été pacifiée; l'ennemi venimeux a été assommé, / (dernière ligne) ses mains sont liées et des couteaux déchirent ses vertèbres" ».*



FIGURE 6

Dans le cintre de la stèle sont gravés un anneau (symbole de protection), deux yeux *oudjat* (oeil d'Horus; symboles de lumière dans la nuit de la tombe, symbole aussi de guérison) et une

cassolette d'encens (*cf.* fig. 7). Dans l'hymne, *Rê* est le Soleil au zénith, *Atoum* est le Soleil du soir. *Nout* est la mère, le Ciel.

Dans la mythologie, le Soleil fuyant la Terre devenue ingouvernable fut transporté au ciel sur le dos de la déesse *Nout* transformée en vache. *Mâat* est la Justice. Les couteaux évoquent la lutte perpétuelle entre le soleil nocturne naviguant sous terre et son terrible ennemi, le serpent géant *Apophis*, qui tente de renverser la barque solaire (il sera massacré à coups de couteau : *cf.* les scènes figurées sur les « plafonds astronomiques »).



FIGURE 7

L'astronome horologue *Harkhebi* grava sur sa propre statue funéraire, il y a deux mille deux cents ans, que « il avait l'intelligence efficiente de l'observation des astres . . . qui détermine le lever de vie et le coucher à leur instant, . . . étant connue la **navigation** du Disque, étant déterminé . . . son lever ainsi que son coucher de chaque jour . . . répartissant les **heures** pour les deux divisions journalières ». Nous retrouvons la même image du navire solaire, l'observation des jalons de son cycle journalier et le besoin, sans présomption, que le nom du surveillant des heures demeure éternel. Qu'il en soit ainsi !

\* Les photographies sont extraites de Google image, Bubastis, Égypte éternelle, Passion égyptienne.

\*\* Les signes hiéroglyphiques sont imprimés par le logiciel JSesh : hélas, le signe *la plume i* n'a pas pu être inversée.

## HARKHEBI

À la suite de la présentation de trois astronomes **horologues** égyptiens, *Djedhermès* (entre 1500 et 500 avant J.-C.), *Anen/Aânen* (entre 1424 et 1136 av. J.-C.) et *Nakht* (entre le XV<sup>e</sup> et le XIV<sup>e</sup> siècle av. J.-C.), voici un quatrième antique responsable de la mesure du temps, le surveillant des heures **Harkhebi** (vers 300 avant J.-C.).



FIGURE 8



FIGURE 9

Ce personnage, dont nous ne possédons que très peu d'informations et d'illustrations, est connu, à la différence des précédents, non par une stèle ou une tombe ornée mais par un imposant sarcophage momiforme (*cf.* fig. 8 page précédente) ainsi qu'une statuette funéraire.

L'énorme sarcophage anthropomorphe du particulier *Harkhébi*, taillé dans une roche volcanique (fig. 9 page précédente), a été découvert dans la région du Delta du Nil. Il est aujourd'hui exposé dans un musée des États-Unis (Baltimore). C'est une œuvre remarquable par la maîtrise de la gravure des textes, les détails du décor et le poli de la surface. Son volume est à la mesure de l'importance du propriétaire, de ses multiples fonctions. Vraisemblablement le premier cercueil contenant la momie était emboîté dans un ou deux autres sarcophages, comme ce fut le cas, bien connu, du sarcophage de Toutankhamon. Harkhébi aurait vécu vers l'an 300 avant notre ère (période des Ptolémée); certains pensent qu'il faut remonter au début des années 700 et à la fin des années 600 (XXV<sup>e</sup> et XXVI<sup>e</sup> dynastie), à la vue du classicisme ou de l'archaïsme de la gravure.

L'inscription gravée sur la statuette funéraire (fig. 10 & 11), dont j'abrègerai le texte, en dit long sur la forte personnalité et les nombreuses compétences de **Harkhebi** (ou Harkhebis en grec).



FIGURE 10



FIGURE 11

Il a impressionné la postérité scientifique et astronomique si bien que son nom a même été attribué à un **cratère de la Lune**, de 237 km de diamètre, situé au Nord-Nord Est de la plaine Fabry. L'inscription révèle un savant antique aux connaissances étendues et multiples. Doté sûrement d'un « complexe de supériorité », il n'était sans doute pas l'homme le plus modeste du monde en ces temps anciens (il n'est toutefois pas l'égal d'un vizir ou d'un pharaon, cependant son sarcophage est orné d'une barbe tressée royale ou divine); il grave sur son image mortuaire ses nombreux titres : noble, astronome, astrologue, prêtre de la déesse *Selket* (Serquet en égyptien, *Serkis* en grec, celle qui protège des morsures des animaux venimeux). Harkhébi est un excellent observateur des mouvements du Soleil et des étoiles; il enregistre le **comput du temps**, les levers héliaques de Sirius, la **durée des jours et des nuits** par les levers et les couchers des astres; il prédit le temps météorologique grâce aux vents et aux nuages, ainsi que l'avenir et les moments favorables ou défavorables par la position des planètes; c'est en outre un spécialiste des morsures de serpents et de scorpions.



FIGURE 12



La traduction de la longue inscription, avec ses répétitions et formes d'insistance, est ici abrégée. Elle donne :

« Prince héréditaire, noble, ami unique [de Pharaon], avisé dans les écrits sacrés, qui observe toute chose observable dans le ciel et sur terre, fin observateur des étoiles (...) et qui ne se trompe pas sur elles, qui annonce les instants de leur lever et coucher et les dieux qui prédisent l'avenir. Il s'est purifié pour elles en leur temps lors du lever héliaque du décan **Akh** à côté de **Vénus**, du sol afin qu'il puisse calmer la Terre par ses paroles; car il est un de ceux qui voient l'étoile dans le ciel, qui connaissent le lever héliaque de Sirius au début de l'année. (...) **Il** (...) **divise les heures correctement aux deux moments** [le jour et la nuit], en ne commettant jamais d'erreur la nuit, parce qu'il est expert en tout ce qui est visible dans le ciel, (...) ».

Le « lever héliaque » est l'apparition d'un astre juste avant le lever du soleil : le lever héliaque de la très brillante étoile Sirius marquait le début de l'année égyptienne et annonçait la crue du Nil [voir la revue « L'astronomie », n° 74 (2014), p. 53]. Le « décan » égyptien est un groupe de 10. Dix jours forment la semaine; le décan des étoiles correspond à une période de 10 jours/1 semaine pendant laquelle le lever ou le coucher d'une ou plusieurs étoiles marque le début ou la fin d'une heure nocturne (la nuit compte 12 heures, l'année 36 décans). Le décan *Akh* (« lumineux, esprit ») est plutôt dénommé *Akhouy* (le pluriel duel du mot précédent), il correspond aux décans 19 et H des horloges stellaires et plafonds astronomiques (K. Gadré pense qu'il s'agit de deux étoiles de Poissons).



FIGURE 13

Le surveillant des heures s'affirme catégorique dans ses observations, ses résultats sont absolument indiscutables. Tout l'opposé du « petit prétentieux »! « ... et nihil vanitas est »!



FIGURE 14

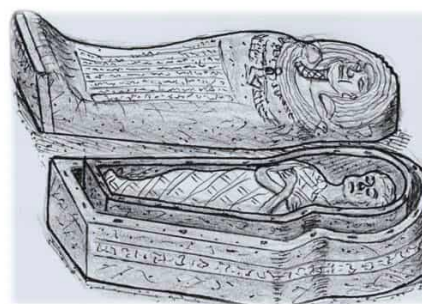


FIGURE 15

On distingue sur le couvercle du cercueil (fig. 14) la volumineuse perruque de l'époque ancienne, le grand collier *ouserkh* (voir le masque de Toutankhamon) terminé par deux têtes du faucon Horus (dieu protecteur) (fig. 13), les grandes ailes déployées de **Nout** la déesse du Ciel qui accueille le défunt (elle symbolise le sarcophage, dont le couvercle est un ciel; le visage sculpté, à la barbe courbe, est celui de son fils, Osiris, dieu des morts) et finalement, un long extrait d'un texte funéraire, en rapport avec le ciel, en plusieurs colonnes et une inscription qui court dans un bandeau placé sur la cuve.

**Petit lexique :**  $\Delta_{\circ}\star$  = Sépédet/Sirius;  $\square_{\circ}\overset{\circ}{\Delta}_{\circ}\star$  = peret Sépédet/**lever héliaque** de Sirius;  $\Gamma\star$  = Étoile divine/**Vénus**; deux ibis à aigrette = le décan **Akhwy**;  $\square_{\circ}$  = pet/**le ciel**;  $\dagger\overset{\circ}{\text{ibis}}\overset{\circ}{\text{ibis}}\overset{\circ}{\star}$  = imy-wnwt/veilleur, prêtre des **heures**, astronome.

**Sources :** *Wikipedia*; M. Clagett, *Ancient Egyptian Science* (1989); traduction de l'inscription de la statuette d'après Clagett, P. Derchain (*Harkhebis, le psylle-astrologue*, 1989), O. Neugebauer et R. A. Parker (*Egyptian Astronomical Texts*, 1969), J. Conman (*Origins of Astrology : the egyptian legacy*, 2003); Cl. Traunecker.  
 Fonte hiéroglyphique : JSesh.

## TETIÂNKH

TetiânkH, l'horologue/le prêtre-horaire/**l'astronome sur le toit**.

Ce personnage est connu par une stèle funéraire détenue par le Musée Archéologique de Florence (N° 6371) et qui provient de l'ancienne capitale de l'Égypte, Thèbes (aujourd'hui Louxor). Le nom est gravé au-dessus de son front et ses fonctions près de ses mains qui font le geste d'adoration. L'objet date du XVI<sup>e</sup> siècle avant notre ère. Dans le cintre de la stèle, deux yeux observent **TetiânkH** dans sa tombe et entourent un anneau protecteur; les yeux lui permettent aussi symboliquement de voir à l'extérieur le monde des vivants. L'inscription (qui se lit de droite à gauche) de cet homme de la mesure du temps et de l'enseignement, contient une prière au Soleil, comme nous l'avons lu sur la stèle de Nakht (XV<sup>e</sup> et XIV<sup>e</sup> siècles). Traduction du texte (d'après celle de M. Dessoudeix, « Lettres égyptiennes », éd. Actes Sud, 2019, livre I, p. 193) :




(ligne 1) « *Paroles dites : « Salut à toi, Râ/Soleil, quand tu te lèves, redevenu capable, (1.2) neuf et jeune. Si je suis venu auprès de toi, c'est afin que je t'exalte, toi qui fais (1.3) respirer la gorge au moyen de ta perfection. (1.4) Que je redeviens jeune en voyant ta perfection et que je redeviens vigoureux! (1.5) [lacune] ... mon âme est glorieuse. Donne-moi (1.6) la lumière afin que j'aperçoive ton (1.7) éclat. Que je puisse aller librement par (1.8) les portes du Monde Inférieur<sup>1</sup>, que je puisse adorer la majesté ... [lacune] (1.9) au cours de chaque jour! » ».*

Hiéroglyphes dans le tableau de TetiânkH, de haut en bas et de droite à gauche : « (colonne 1) *Le scribe de l'école du Palais, l'astronome/le surveillant des heures sur le toit du Palais* (col. 2) **TetiânkH** ».

1. Pour retrouver le Jour l'âme du défunt doit franchir une série de portes barrées par des gardiens dangereux; de même la nuit le Soleil doit traverser les 12 obstacles des 12 heures.

Grâce à l'œuvre « pharaonique » de traduction effectuée par M. Dessoudeix (« Lettres égyptiennes », éd. Actes Sud, livre II, 2019, p. 259), j'ai pu « ressusciter » deux derniers ancêtres gnomonistes/horologues/**surveillants des heures**, hélas, non identifiés.

Leur fonction est gravée au tiers inférieur (milieu de la ligne 34) de la grande « stèle du Gebel Barkal » (Nubie, Soudan) : **ounouty** (2 lièvres, 2 lignes d'eau, un pain, 2 barres, une

étoile ✧); . Ce monument glorifie les actes du pharaon Thoutmosis III (XV<sup>e</sup> s. av. J.-C.), mais il est également exceptionnel parce qu'il rapporte un événement astronomique : la chute d'une **météorite** (milieu de la ligne 34, juste après les 2 lièvres : la petite ✧ au-dessus d'une barre suivie d'une silhouette humaine). Traduction partielle :

« [Les hommes de troupe ?] ... se rassembler de nuit pour faire le tour de garde habituel. Il y avait deux<sup>2</sup> prêtres-horaires. Une étoile est arrivée à leur sud. Il ne s'est jamais passé une chose pareille ! ... »



FIGURE 16

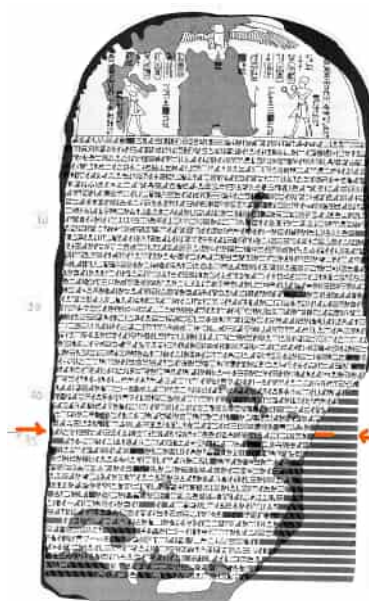
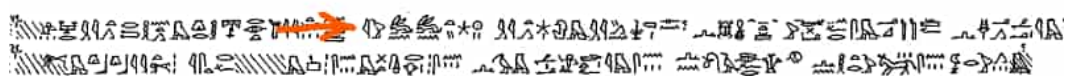


FIGURE 17



Clichés : Google image ; « Lettres égyptiennes », éd. Actes Sud, livre II, 2019, p. 260.

2. Quel était le rôle de ces deux fonctionnaires ? Peut-être gérer les « plannings », les tours de garde, les « quarts », les horaires, le rituel ; de nuit, par l'observation des levers et couchers des étoiles ou l'écoulement de l'eau des clepsydras ; de jour, par les cadrans solaires (dont le premier exemplaire stylisé, en forme de règle ou d'équerre, est gravé dans l'écriture du mot **merkyt** — appareil de mesure du temps — dans la tombe d'**Amenemhat** (inventeur de la clepsydre) à Thèbes/Louxor (fin du XVI<sup>e</sup> s. av. J.-C. ?).

---

# Cadran déclinant incliné complet en coordonnées polaires

par Gilbert Vincent

---

*Cet article s'adresse à ceux qui ont une bonne connaissance pratique des cadrans solaires et désireraient en implémenter eux-mêmes les calculs. C'est une feuille de route où ne seront présentées que les grandeurs nécessaires aux tracés des droites horaires, des courbes diurnes (hyperboles), de l'équation du temps, et au report de reliefs et obstacles (toit ...).*

## 1 Méthode

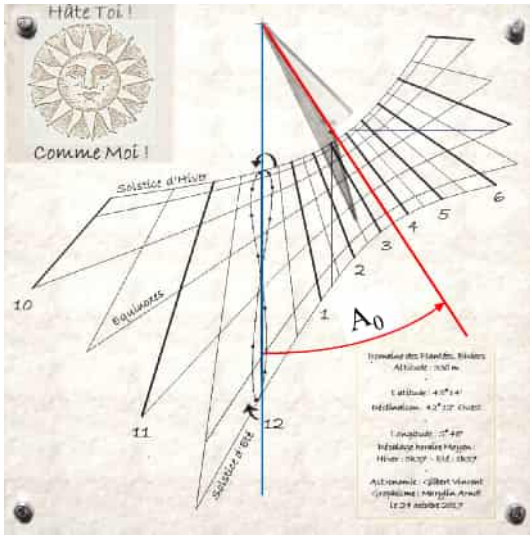
Tout cadran déclinant incliné est un cadran orienté plein Sud calculé pour une latitude équivalente  $\varphi_{eq}$ , avec un décalage temporel  $H_0$  pour les heures et spatial  $A_0$  pour les angles. Voir la figure 1 [page ci-contre](#) où l'on retrouve une symétrie autour de la sous-stylaire d'angle  $A_0$ . Si le cadran est incliné, la ligne de midi ne suit pas la ligne de plus grande pente, celle que suivrait une goutte d'eau idéale : elle est décalée d'un angle  $\psi$  (voir fig. 2 [page suivante](#)). Partant de ce constat, les coordonnées polaires semblent très appropriées pour les calculs.

## 2 Paramètres nécessaires

- Latitude :  $\varphi$
- Déclinaison :  $D$  (plein Sud =  $0^\circ$ ,  $> 0$  si Ouest)
- Inclinaison :  $I$  (mur vertical =  $0^\circ$ ,  $> 0$  si mur déversant <sup>1</sup>)
- Axe X : ligne de plus grande pente
- Axe Y : horizontale
- Z : vers l'observateur (trièdre XYZ direct)

---

1. Pour être clair : l'inclinaison  $I$  est positive si, quand le plomb d'un fil à plomb touche le mur, le fil s'en écarte (on dit alors que le mur présente du fruit). Elle est égale à l'angle entre le fil à plomb et le mur. Une autre variable est utilisée en gnomonique, la distance zénithale :  $z = \pi/2 - I$ .



**FIGURE 1** – Cadran vertical avec  $\varphi = 45;23$  et  $D = +42;2$  :  $H_0 = 3\text{ h } 28\text{ min}$ ,  $A_0 = 33;7$ ,  $\psi = 0^\circ$  (voir le §3 pour les calculs). On retrouve une symétrie de cadran plein Sud, évidente sur les hyperboles, de chaque côté de la sous-styloire d’angle  $A_0$ ; cette dernière est perpendiculaire à la droite d’équinoxes.

- Style polaire, parallèle à l’axe de la Terre. Longueur :  $L_s$

Avertissement : toujours utiliser la fonction  $\text{atan2}(x,y)$ , pour extraire les angles à partir des tangentes<sup>2</sup>.

### 3 Constantes du cadran

$$\cos \varphi_{\text{eq}} = \cos \varphi \cos I \cos D - \sin \varphi \sin I$$

latitude équivalente

$$\tan H_0 = \frac{\cos I \sin D}{\sin \varphi \cos I \cos D + \cos \varphi \sin I}$$

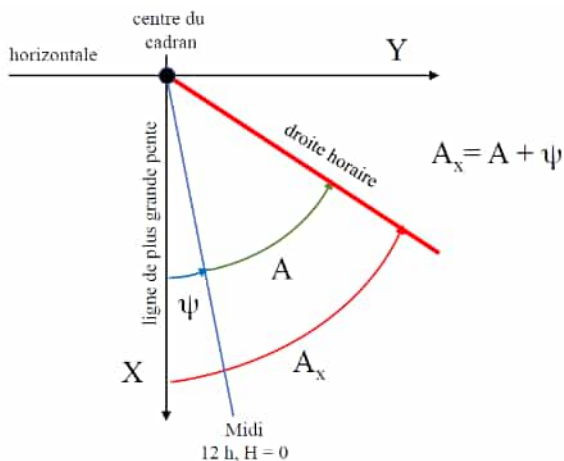
décalage temporel

$$\tan A_0 = \cos \varphi_{\text{eq}} \tan H_0$$

décalage spatial (angulaire)

$$\tan \psi = \sin I \tan D$$

angle ligne midi



**FIGURE 2** – Le repère XY lié au centre du cadran et les 3 angles nécessaires au tracé des lignes horaires. La ligne de plus grande pente est perpendiculaire à l’horizontale. Pour un cadran horizontal, X est suivant la direction N–S, et Y suivant E–O.

2. Pour tous les arcs définis par leur tangente, il faut utiliser la fonction  $\text{atan2}(x,y)$ , ou un équivalent. Elle retourne un angle :

- dont la tangente est égale à  $y/x$  ;
- compris entre 0 et  $\pi$  si  $y > 0$ , entre 0 et  $-\pi$  si  $y < 0$ .

Exemple pour l’angle A (§4), écrire :  $A = A_0 + \text{atan2}[\cos(H - H_0) ; \cos \varphi_{\text{eq}} \sin(H - H_0)]$ .

## 4 Lignes horaires. Angle de l'ombre du style pour une heure H/midi

À midi solaire,  $H = 0$ . On se fixe des heures successives  $H$ .

$$\tan(A - A_0) = \cos \varphi_{\text{eq}} \tan(H - H_0) \quad A : \text{angle / ligne midi}$$

$$A_x = A + \psi \quad A_x : \text{angle / axe X}$$

## 5 Hyperboles. Angle et longueur de l'ombre du style

On se fixe une déclinaison du soleil  $\delta$ .

Si on note  $\varepsilon$  l'obliquité de l'écliptique ( $= 0,4090$  rad), il faut  $-\varepsilon \leq \delta \leq +\varepsilon$ .

Valeurs courantes : 0 (équinoxes),  $\pm \frac{\varepsilon}{2}$ ,  $\pm \varepsilon \cos \frac{\pi}{3}$ ,  $\pm \varepsilon$  solstices.

Pour différents  $H$  au choix, on calcule  $A_x$  (cf. §4) et la longueur de l'ombre  $R$ , comme indiqué ci-après. L'extrémité de l'ombre est ensuite, éventuellement, projetée sur X et Y (cf. fig. 3).

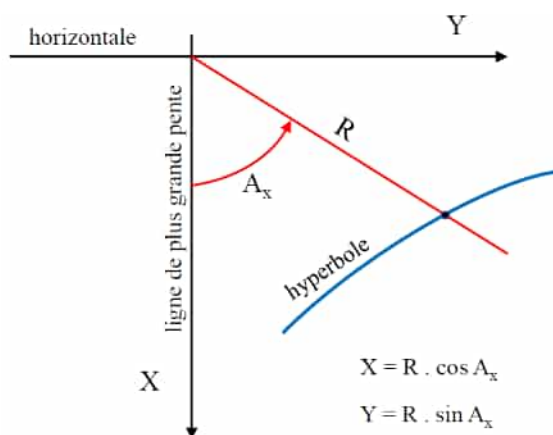
$$\tan \gamma = \cos(H - H_0) \tan \varphi_{\text{eq}} \quad \pi/2 - \text{angle}(\text{style-ombre})$$

$$R = L_s \frac{\cos \delta}{\sin(\gamma - \delta)} \quad \text{longueur de l'ombre}$$

$R$  n'a de sens que positif ( $\gamma > \delta$ ). S'il devient négatif  $H$  est trop petit ou trop grand.

$$X = R \cos A_x \quad \text{et} \quad Y = R \sin A_x \quad \text{projection cartésienne}$$

Vérification : la « courbe » d'équinoxes ( $\delta = 0$ ) doit être (1) une droite, (2) perpendiculaire à la sous-style.



**FIGURE 3** – Tracé des hyperboles connaissant l'angle  $A_x$  et la distance au centre  $R$ .

## 6 Équation du temps $E - \delta$

On se fixe la longitude écliptique du soleil  $\lambda$  que l'on fera varier de  $-\pi$  à  $+\pi$  (attention, pas de 0 à  $2\pi$ ), afin de déterminer des couples  $E - \delta$  pour chaque  $\lambda$  [1].

**Paramètres constants nécessaires :**

$$\varepsilon : \text{obliquité écliptique} \quad \varepsilon = 0,4090 \text{ rad}$$

$$e : \text{excentricité ellipse} \quad e = 0,01670$$

$$\lambda_0 : \text{longitude périégée} \quad \lambda_0 = -1,339 \text{ rad (attention négatif)}$$

**Écart E<sup>3</sup> :**

$\lambda$ : à faire varier de $-\pi$ à $+\pi$	longitude du périhélie
$v = \lambda - \lambda_0$	anomalie vraie
$\tan \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{v}{2}$	anomalie excentrique
$\theta = u - e \sin u$	« temps »/périhélie ( $\theta = \omega t$ )
$\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$	ascension droite
$E = \theta - \alpha + \lambda_0$	<b>écart horaire (rad)</b>

**Déclinaison  $\delta$  :**

$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$  **déclinaison du soleil  $\delta$**

Pour chaque  $\lambda$ , retourner au §4 avec  $H = E$ , et au §5 avec  $\delta$  ci-dessus.

**7 Positionnement de l'extrémité du style**

$X_s = L_s (\sin \varphi \cos I + \cos \varphi \sin I \cos D)$

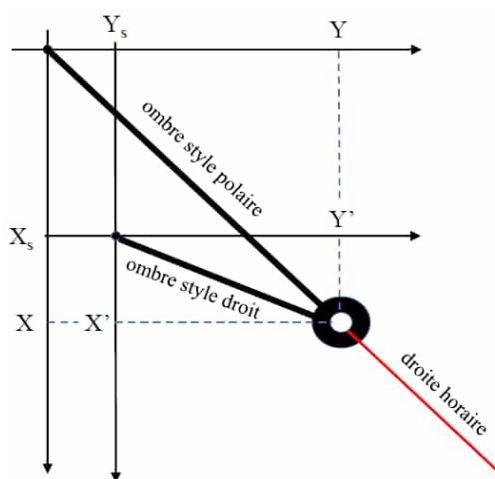
$Y_s = L_s \cos \varphi \sin D$

$Z_s = L_s \cos \varphi_{eq}$

Vérifications :  $X_s^2 + Y_s^2 + Z_s^2 = L_s^2$ ,  $Y_s/X_s = \tan(A_0 + \psi)$ .

Pour un style droit, fixer sa longueur  $Z_s$ , puis calculer  $L_s = \frac{Z_s}{\cos \varphi_{eq}}$ . La figure 4 fournit les éléments nécessaires si on veut effectuer un changement de repère.

$X' = X - X_s$   
 $Y' = Y - Y_s$  .      Quels que soient les signes !



**FIGURE 4** – Changement de repère pour cadran à style droit (orthogonal au cadran), conseillé pour les grandes désorientations. Seule l'extrémité du style droit (ici muni d'un œilleton) donne l'indication de l'heure. Il en est d'ailleurs de même si le style polaire n'est pas droit, mais arrondi ou façonné en arabesque.

3. La convention prise ici pour la valeur E de l'équation du temps est la convention anglo-saxonne. Dans ce cas, comme indiqué dans le texte, l'angle horaire H pour le tracé de l'équation du temps est égal à E. Notre environnement utilise la convention de signe opposé.  $E = \alpha - \theta - \lambda_0$ . L'angle horaire H à employer pour le tracé est alors égal à  $-E$ .

## 8 Projection d'un point d'Azimut $Az$ et hauteur $h$ connus (relief, toit...)

Cette projection est d'une facilité déconcertante en projection stéréographique [2]. Sinon le plus simple semble d'utiliser directement les coordonnées cartésiennes :

$$A_{ZD} = Az - D$$

$$X = L_s \frac{\sin \varphi \cos A_{ZD} + \cos \varphi \cos D \tan h}{\cos I \cos A_{ZD} + \sin I \tan h}$$

$$Y = Y_s + (L_s \cos \varphi \cos D - X \sin I) \tan A_{ZD}$$

La ligne d'horizon s'obtient en annulant  $h$ . Soit :  $X = L_s \frac{\sin \varphi}{\cos I}$ , droite horizontale.

## 9 Heures utiles

Il faut respecter 2 conditions, toutes deux fonctions des saisons : soleil du bon côté du cadran et au-dessus de l'horizon [3], [4], [5].

On peut procéder en calculant progressivement le cadran à partir de midi, c'est instructif et les limites se feront souvent connaître par des discontinuités. Pour être plus pertinent, la projection stéréographique est idéale [2] ; cette méthode, bien moins compliquée qu'elle en a l'air, visualise parfaitement l'espace ; elle est de plus très esthétique et met le pied à l'étrier pour aborder les merveilleux instruments anciens que sont les astrolabes.

## 10 Limites de validité et cas particuliers

Les relations proposées sont adéquates pour la très grande majorité des cadrans, mais ne couvrent pas certaines configurations, comme les très fortes inclinaisons, ou combinaisons déclinaison-inclinaison, typiquement lorsque  $\cos \varphi_{eq} < 0$ . Pour  $\cos \varphi_{eq} = 0$ , le style est parallèle au cadran. Quand on passe de  $\cos \varphi_{eq} > 0$  à  $\cos \varphi_{eq} < 0$ , le style change de face du cadran ; le tracé ne présente pas de discontinuité, et les informations données par les équations sont correctes, à des signes près qui pourraient être rétablis avec beaucoup de . . . bon sens !

Plus sûrement, pour traiter tous les cas de figure, il faut se tourner vers des calculs robustes, avec des relations trigonométriques bien encadrées [5], [6] et/ou des coordonnées cartésiennes, vivement conseillées par [5], page 112.

Nous allons toutefois traiter plusieurs cas particuliers, de manière très pragmatique, sans nous lancer dans les conditions logiques pour gérer la capricieuse trigonométrie :

1. Cadran horizontal : jouer la simplicité.

Un cadran horizontal se calcule comme un cadran vertical plein Sud ( $I = 0$  et  $D = 0$ ), en utilisant comme latitude  $\varphi_{hor} = \frac{\pi}{2} - \varphi$ .

2. Hémisphère Sud : jouer la symétrie.

Un cadran de l'hémisphère Sud est l'image de son équivalent de latitude Nord vue dans le miroir de l'équateur ; il est donc inutile de faire intervenir une latitude négative.

3. Cadrans de type Nord : jouer la transparence.

Il suffit de penser à un mur transparent : après avoir tracé le cadran côté Sud, si on le regarde depuis le Nord, on obtient le tracé des lignes horaires recherchées par continuité et quant au style, il suffit de savoir qu'il est ascendant, dans le prolongement exact de celui du Sud. Les heures d'enseillement seront évidemment très réduites, et là encore une projection stéréographique [1] fournira ces heures avec efficacité . . . et élégance.



## 4. Cadran verticaux exactement Est ou Ouest : ruser avec les calculs.

Il est tout à fait possible d'effectuer les calculs en utilisant un style droit de longueur  $Z_s$  (voir §7 page 135) et en se plaçant un peu avant les déclinaisons fatidiques  $\pm \frac{\pi}{2}$ , par exemple :  $\frac{\pi}{2} - 0,0001$  ou  $-\frac{\pi}{2} + 0,0001$ . Ne pas prendre peur, les  $X$ ,  $X_s$ ,  $Y$ ,  $Y_s$  seront très grands, mais leurs différences  $X'$  et  $Y'$  (cf. figure 4) seront correctes, merci aux calculateurs électroniques.

Vérifications : (1) les lignes horaires sont parallèles entre elles, et font un angle  $\varphi$  avec l'horizontale, (2) la droite d'équinoxes passe par  $(X_s, Y_s)$  pour  $H = -6$  h (Cadran Est), ou 6 h (Cadran Ouest).

## 11 Exemples

1. *Données* :  $\varphi = 50^\circ$ ,  $D = 20^\circ$ ,  $I = 15^\circ$ ,  $L_s = 500$  mm.

Paramètres du cadran :  $\varphi_{\text{eq}} = 67;35$ ,  $H_0 = 20;98$  (1 h 24 min),  $A_0 = 8;40$ ,  $\psi = 5;38$ .

Extrémité du style :  $X_s = 448$  mm,  $Y_s = 110$  mm,  $Z_s = 193$  mm.

2. *Données* :  $H = -30^\circ$  (10 h),  $\delta = -15^\circ$ . Extrémité de l'ombre du style :

$A = -17;02$ ,  $A_x = -11;64$ ,  $\gamma = 56;46$ ,  $R = 509$  mm,

$X = 499$  mm,  $Y = -103$  mm,  $X' = 51$  mm,  $Y' = -213$  mm.

3. *Équation du temps*. *Donnée* :  $\lambda = 127^\circ$ . Extrémité de l'ombre du style :

$v = 203;72$ ,  $u = 204;11$ ,  $\theta = 204;50$ ,  $\alpha = 129;40$ ,

$E = -1;62$  (-6,47 min),  $\delta = 18;52$ ,  $A_x = 4;68$ ,  $\gamma = 65;67$ ,  $R = 647$  mm,

$X = 644$  mm,  $Y = 53$  mm.

4. *Reliefs*. *Données* :  $Az = +53^\circ$  / Sud,  $h = 5;0$ . Point sur le cadran :

$X = 417$  mm,  $Y = 236$  mm.

## Références

- [1] Gilbert Vincent, « Équation du temps . . . sans le temps », *Cadran Info* n° 42, octobre 2020, page 148.
- [2] Gilbert Vincent, « Projection stéréographique et ensoleillement d'un cadran solaire plan, déclinant et incliné », *Cadran Info* n° 42, octobre 2020, page 138.
- [3] Philippe Sauvageot, « Éclairement d'un cadran solaire plan (1) : rappels des outils & formules », *Cadran Info* n° 39, mai 2019, pp. 156–165.
- [4] Sébastien Berriot, « Éclairement d'un cadran solaire plan (2) : Ombre portée par un toit en V », *Cadran Info* n° 39, mai 2019, pp. 166–188.
- [5] Denis Savoie, *La Gnomonique*. Les Belles Lettres, 2001 & 2007.
- [6] Gianni Ferrari, *Formule e Metodi per lo Studio degli Orologi Solari Piani*. You Can Print, 2015.



---

# Projection stéréographique et ensoleillement d'un cadran solaire plan, déclinant et incliné

par Gilbert Vincent

---

*La projection stéréographique permet de situer aisément le soleil par rapport au paysage local et au plan d'un cadran solaire. Elle met à notre disposition un véritable diagramme d'ensoleillement de ce dernier.*

## 1 Introduction

Les conditions d'ensoleillement d'un cadran ont récemment fait l'objet de deux articles très documentés dans *Cadran Info* [1], [2]. Ils posent les bases du calcul de l'incidence de l'environnement (horizon, toit, végétation. . .) sur l'éclairement d'un cadran. Le résultat est un graphique en coordonnées orthogonales azimut-hauteur de la courbe diurne du soleil et du panorama.

Une autre approche développée ici consiste à suivre le soleil dans l'espace local en utilisant la projection stéréographique. Cette dernière visualise particulièrement bien la course locale des astres et procure l'intégralité des limites horaires de leur visibilité dès lors que les paramètres du cadran et les reliefs et obstacles locaux ont été précisés. Elle ne fait appel à aucune relation compliquée et les tracés se résument à des droites et des cercles. De surcroît elle est très esthétique avec son faisceau de courbes orthogonales et elle nous « projette » vers les magnifiques instruments anciens que sont les astrolabes.

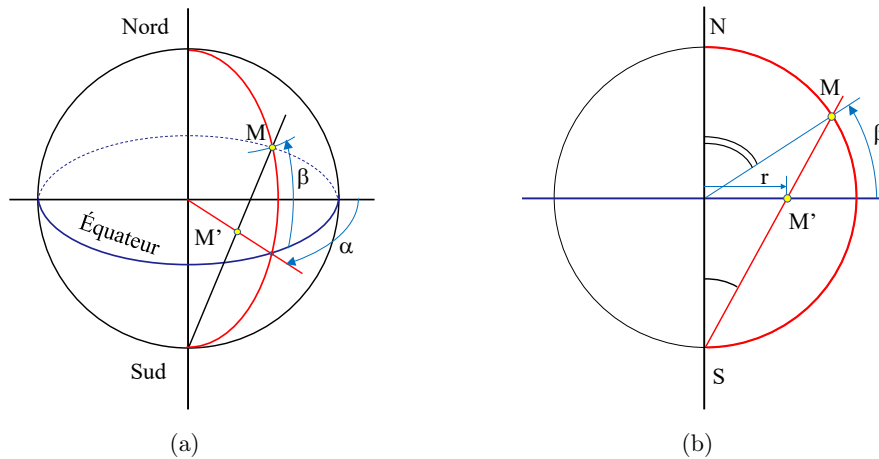
La présentation s'articule autour de cinq paragraphes :

- principe de la projection stéréographique
- choix du plan de projection
- relations préliminaires
- éléments individuels de tracé
- synthèse, projection finale

Nous n'entrerons pas dans le détail des démonstrations, que l'on trouvera facilement dans la littérature [3], [4].

## 2 Principe de la projection stéréographique

La figure 1 rappelle, en vue à trois dimensions et en coupe, le principe de la projection telle qu'elle est classiquement et concrètement présentée pour les cadrans solaires [5]. On considère une sphère de rayon unité, munie d'un axe Nord-Sud et du plan équatorial correspondant : la projection d'un point  $M$  de la sphère est un point  $M'$ , intersection de la droite passant par le pôle Sud et le point  $M$ , avec le plan équatorial. La projection elle-même est représentée sur la figure 2 : on y retrouve la variable  $\alpha$ , qui est donc conservée, alors que la variable  $\beta$  est transformée.



$$r = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right)$$

Géométrie : angle au centre égal au double de l'angle au sommet.

FIGURE 1 – Principe de la projection stéréographique d'un point  $(\alpha, \beta)$  sur l'équateur.

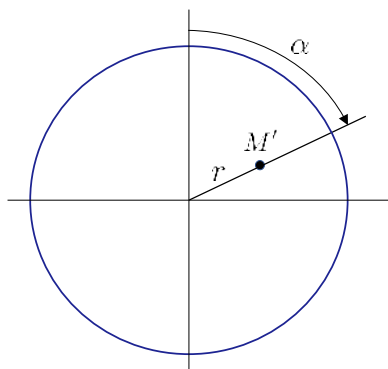


FIGURE 2 – Représentation  $(\alpha, r)$  sur le plan de projection (équateur) d'un point  $(\alpha, \beta)$  de la sphère.

Cette projection possède de multiples propriétés, dont deux que nous utiliserons ici :

- la projection d'un cercle quelconque inscrit sur la sphère est un cercle ;
- l'angle d'intersection de deux courbes tracées sur la sphère se conserve (très utile aussi en navigation!).

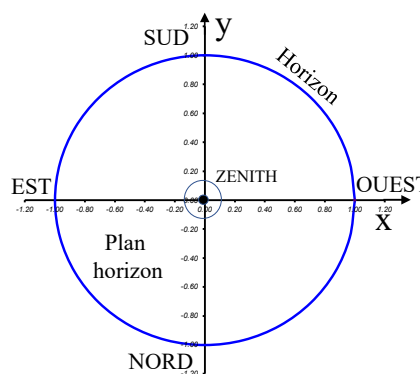
### 3 Choix du plan de projection

En fait le plan de projection est tout à fait libre. La variable  $\alpha$  pourra ainsi être une longitude, une ascension droite, un angle horaire, un azimut. . . et  $\beta$  une latitude, une déclinaison d’astre, une hauteur . . .

Une possibilité très intéressante pour les cadrans consiste à effectuer la projection sur le plan horizon local, avec le Nadir comme pôle de projection. Pour les curieux une annexe offre une comparaison rapide avec la projection classique ; sa lecture sera toutefois plus profitable après avoir parcouru cette présentation.

C’est cette projection sur l’horizon que nous utiliserons dans cet article. Elle offre l’avantage de transformer un cadran vertical en une droite, au lieu d’un cercle, la représentation de l’espace et de la course des astres est peu déformée et plus intuitive, et les reliefs ou obstacles peuvent être très facilement implémentés. De plus les trajectoires du soleil et les cercles horaires constituent un faisceau de cercles orthogonaux très harmonieux que l’on retrouve sur les astrolabes.

La figure 3 fixe les principaux repères sur le plan horizon. Pour simplifier, le rayon du cercle est pris égal à l’unité, et il en sera donc de même pour la sphère correspondante. Toute valeur de  $r$  calculée devra par conséquent être multipliée par celle du rayon choisi pour le tracé réel.



**FIGURE 3** – Le plan horizon est choisi comme plan de projection. Deux axes sont définis :  $x$  vers l’Ouest et  $y$  vers le Sud. Le zénith pointe vers le lecteur et le plan du cadran passera par le centre du cercle. La variable  $\alpha$  devient l’azimut  $Az$  et  $\beta$  la hauteur  $h$ . Tout ce qui est à l’extérieur du cercle est sous l’horizon, invisible puisque ceci implique  $h < 0$  (voir les figures 1 page précédente ou 8 page 143).

### 4 Relations préliminaires

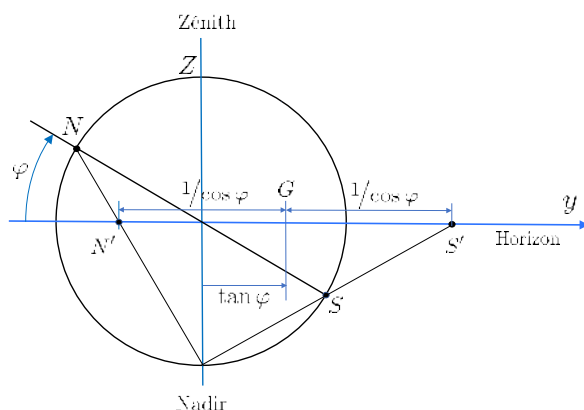
Nous aurons besoin de la projection des pôles Nord et Sud et des caractéristiques de la projection de ce qu’il est convenu d’appeler un petit cercle.

#### 4.1 Projection des pôles Nord et Sud. Latitude $\varphi$

Compte tenu de la symétrie, les pôles Nord et Sud se projettent suivant l’axe  $y$ . Sur la figure 4 page suivante), les ordonnées sont précisées, ainsi que le point médian des projections (point G).

Imaginons un cercle qui passe par les pôles (cercle horaire par exemple) : sa projection passera par  $N'$  et  $S'$  ; c’est tout ce que l’on peut dire pour l’instant, la figure 7 page 142 prendra le relais.

**N.B.** Un cercle qui passe par 2 points opposés de la sphère est appelé un grand cercle : il n’y a pas plus grand sur la sphère.



$$y_{N'} = -\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$y_{S'} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

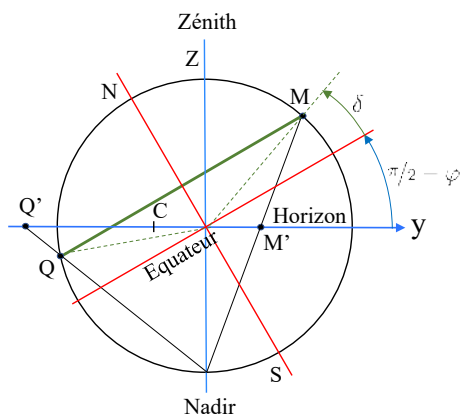
$$y_G = \tan \varphi$$

$$y_G - y_{N'} = \frac{1}{\cos \varphi}$$

**FIGURE 4** – Projection du pôle Nord (N) en  $N'$  et Sud (S) en  $S'$  sur le plan horizon. Le pôle de projection est situé au Nadir. Latitude  $\varphi = 30^\circ$ .

## 4.2 Projection d'un petit cercle

Pour nos préoccupations, c'est un cercle de déclinaison constante. Les 2 points Q et M d'un diamètre ne sont pas diamétralement opposés sur la sphère, d'où le nom de petit cercle. La projection est un cercle de diamètre  $Q'M'$ , voir la figure 5.



$$y_{Q'} = -\frac{1}{\tan\left(\frac{\varphi+\delta}{2}\right)}$$

$$y_{M'} = \tan\left(\frac{\varphi-\delta}{2}\right)$$

Cercle de diamètre  $Q'M'$  :

$$y_C = -\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi + \sin \delta}$$

$$r_C = \frac{\cos \delta}{\sin \varphi + \sin \delta}$$

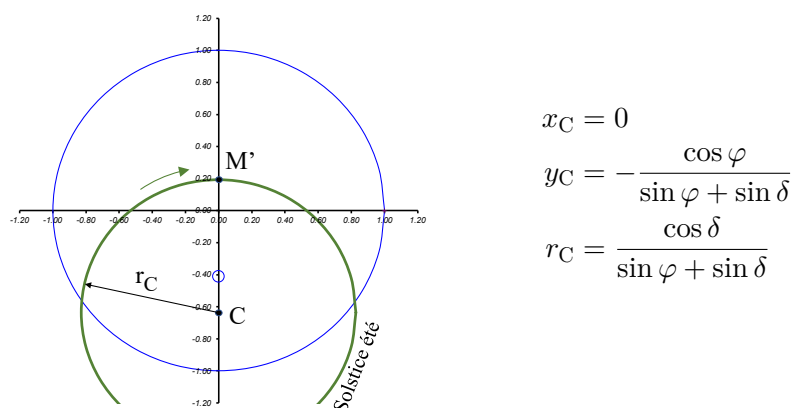
**FIGURE 5** – Projection d'un cercle de déclinaison constante  $\delta$ , de diamètre QM (en vert), sur le plan horizon ( $\varphi = 60^\circ$ ,  $\delta = 20^\circ$ ). La projection est un cercle qui passe par  $Q'$  et  $M'$ . De plus, le plan de la figure est le plan méridien qui est un plan de symétrie pour tout cercle de déclinaison, et donc la projection est le cercle de diamètre  $Q'M'$  ( $= 2r_C$ ), situé dans le plan horizon perpendiculaire à la figure.

## 5 Cinq éléments individuels de tracé

Le tracé du diagramme nécessaire pour un cadran solaire requiert plusieurs tracés indépendants : les cercles de déclinaison et les cercles horaires, et enfin la projection des reliefs et du cadran lui même.

### 5.1 Cercles des déclinaison

Le diagramme représenté sur la figure 6 page suivante est une application directe de la figure 5, et a été tracé pour le solstice d'été.

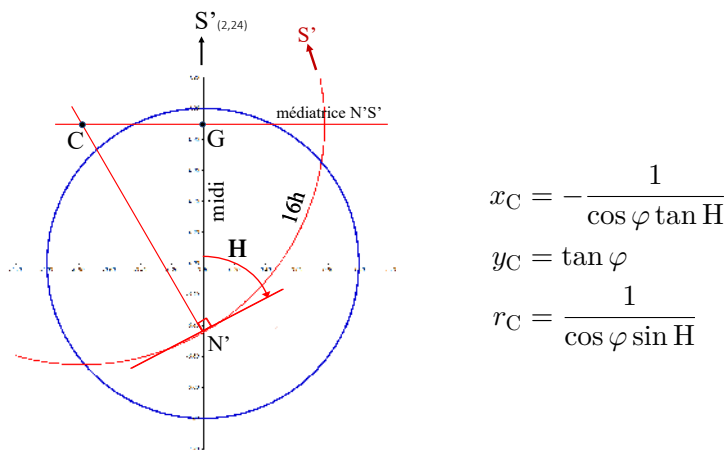


**FIGURE 6** – Projection d'un cercle de déclinaison constante. Ici  $\varphi = 45^{\circ},24$ ,  $\delta = +23^{\circ},43$  (solstice d'été). La flèche indique le sens de déplacement du soleil.  
Valeurs numériques :  $x_C = 0$ ,  $y_C = -0,64$ ,  $r_C = 0,83$ .

## 5.2 Cercle horaire

Le cercle passe par  $N'$  et aussi par  $S'$  (voir le §4.1), donc son centre est sur la médiatrice de  $N'S'$ , qui s'appuie sur le point  $G$  (figure 7). D'autre part la projection stéréographique conserve les angles et par conséquent il faut retrouver l'angle  $H$  entre la droite de midi et le cercle horaire là où ils se coupent, c'est-à-dire au pôle Nord représenté par  $N'$  (ou Sud,  $S'$ ). La construction d'un cercle horaire, est aisée, possible avec un compas dès lors que la médiatrice, indépendante de l'heure, est positionnée.

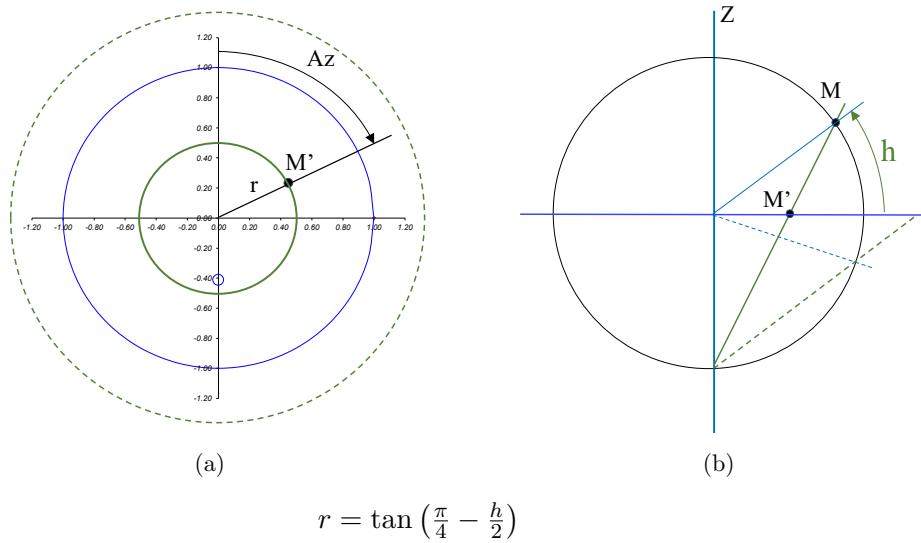
**FIGURE 7** – Diagramme correspondant à la projection d'un cercle horaire.  $\varphi = 42^{\circ}$ ,  $H = 60^{\circ}$  (midi +4 h). Pour obtenir le centre du cercle projeté (rouge) il faut porter en  $N'$  la droite d'angle  $H$ , et ensuite tracer la normale à cette droite jusqu'à son intersection  $C$  avec la médiatrice de  $N'S'$ . Valeurs numériques :  $x_C = 0,78$ ,  $y_C = y_G = 0,90$ ,  $r_C = 1,55$ .



## 5.3 Projection d'un point du relief et d'un cercle de hauteur constante

Un point du relief est caractérisé par son azimut  $Az$ , et sa hauteur  $h$ . La construction, voir figure 8 page suivante, est une application on ne peut plus directe du principe de la projection (figure 2 page 139).

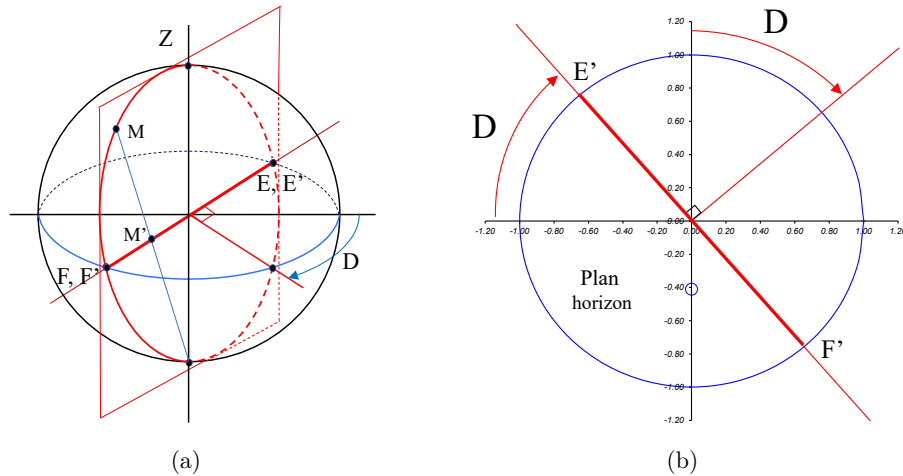
Deux cercles de hauteur  $h$  constante sont représentés. Celui en pointillé correspond à une hauteur négative, qui permet par exemple de tenir compte de la réfraction :  $h \approx -0^{\circ},5$  à l'horizon, ou des crépuscules : civil ( $-6^{\circ}$ ), nautique ( $-12^{\circ}$ ) ou astronomique ( $-18^{\circ}$ ).



**FIGURE 8** – Projection ( $M'$ ) d'un point du relief.  $Az = 65^\circ$ ,  $h = 37^\circ$ . L'azimut est conservé et  $r = 0,50$ . Le cercle vert est un cercle de hauteur constante (almicantarats dans la terminologie des astrolabes). Le cercle en pointillés correspond au crépuscule astronomique ( $h = -18^\circ$ ).

#### 5.4 Projection d'un cadran vertical déclinant (D)

Le plan vertical du cadran passe par le zénith et le nadir et il découpe un grand cercle sur la sphère, cf. figure 9. La projection de ce grand cercle est une droite, dont l'orientation est fixée par la déclinaison  $D$ .

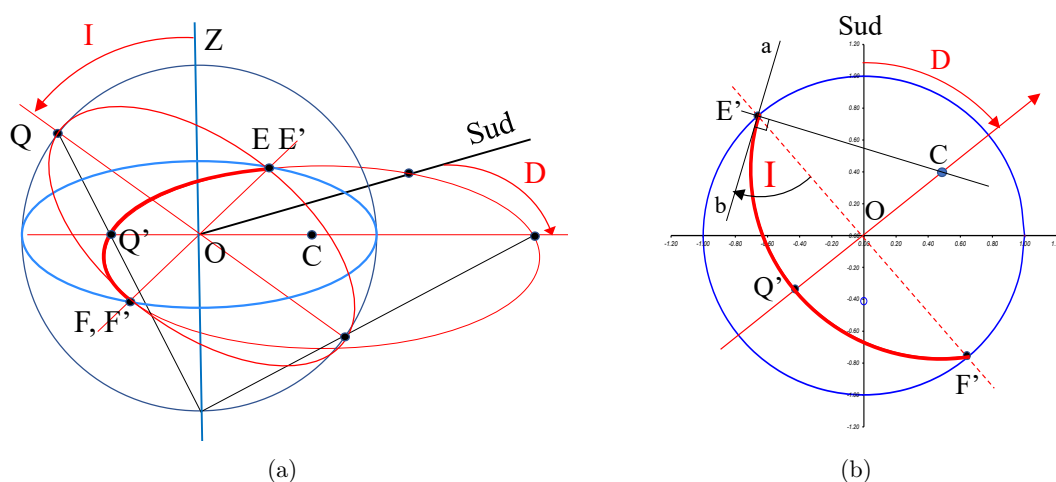


**FIGURE 9** – Projection (droite  $E'F'$ ) du plan d'un cadran solaire vertical de déclinaison  $D (= 49;2)$ . La vue dans l'espace à gauche permet aisément d'établir le diagramme : les points  $E$  et  $F$ , intersections du plan du cadran avec le plan de projection, sont confondus avec leurs projections  $E'$  et  $F'$ .

### 5.5 Projection d'un cadran vertical déclinant (D) incliné (I)

Pour bien comprendre la construction présentée sur la figure 10(a), il faut tout d'abord imaginer un cadran vertical déclinant, donc effectuer la rotation d'angle D (§5.4), et ensuite l'incliner d'un angle I ( $I > 0$  pour un mur déversant, voir [6]). Dans cette deuxième opération, les points E et F sont fixes ainsi que leurs projections E' et F' confondues avec E et F, comme pour le cadran vertical déclinant. Une inclinaison positive augmente l'ensoleillement d'un cadran méridional, puisque la surface utile sur le plan de projection, entre l'horizon et le cadran, augmente.

Pour obtenir le centre du cercle, il est commode d'utiliser directement la propriété de conservation des angles de la projection stéréographique : on doit retrouver l'angle I entre le cadran déclinant et le cadran déclinant incliné, là où leurs plans se coupent, c'est-à-dire sur l'horizon en E' ou F'. La démarche est alors très simple, voir la figure 10(b).



$$OC = 1/\tan I \quad r_C = 1/|\sin I|$$

**FIGURE 10** – Projection d'un cadran déclinant incliné (cercle rouge épais E'Q'F'). La figure (a) est obtenue après une rotation du cadran d'un angle D (= 49°;2) par rapport au Sud. Pour obtenir le centre du cercle, figure (b), il faut reporter l'inclinaison I (ici  $> 0$ , = +57°;3.) en E', ou F', puis tracer la normale à la droite ab : le centre se trouve à l'intersection de la normale avec la médiatrice de E'F'. Les relations qui conduisent à OC et au rayon sont alors évidentes. Ici,  $OC = 0,64$ ,  $r_C = 1,19$ .

Si l'inclinaison est nulle, le centre est renvoyé à l'infini (cf. figure 9 page précédente) et si elle est négative, il se trouve de l'autre côté du point O.

## 6 Synthèse — Cas concret d'un cadran vertical déclinant

Tout ce qui vient d'être présenté est illustré et commenté sur la figure 11 page ci-contre. Ce diagramme stéréographique complet se rapporte à un projet de cadran dont la réalisation est prévue pour l'automne 2020.

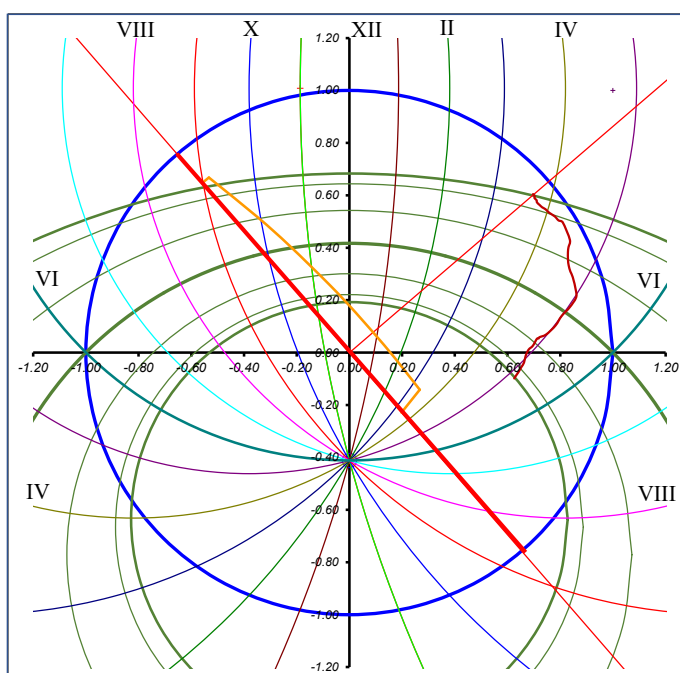
Les droites et réseaux de cercles sont faciles à identifier en se référant aux figures précédentes. Le trait orange représente le toit et le trait rouge foncé le relief (massif du Vercors de novembre à février et de la Chartreuse le reste de l'année).



Pour les équinoxes (cercle vert épais), le cadran verra le soleil de 10 h 30 (toit) à 17 h (relief) ; au solstice d'hiver (cercle vert du haut) ce sera de 9 h 15 à 15 h 40, et aux alentours du solstice d'été, l'éclairement débutera juste avant midi.

Au solstice d'hiver le soleil se couchera en face du cadran, et du fait du relief, l'amplitude horaire du coucher est très réduite : 1 h 30 entre décembre et juin. Signalons une particularité connue des anciens du village : de mars à mi-octobre, le coucher du soleil est quasiment constant, 17 h solaire.

Et pour terminer, ce qui se situe de l'autre côté du cadran est relatif au cadran Nord correspondant. Hors reliefs, pour les équinoxes, il serait ensoleillé de 6 h (horizon) à 9 h 55 (plan du cadran) et pour le solstice d'hiver il devrait se contenter d'une heure.



**FIGURE 11** – Diagramme stéréographique d'un cadran vertical. Projet pour l'église de Biviers, Isère :  $\varphi = 45;24$ ,  $D = 49;2$ ,  $I = 0^\circ$ .

## 7 Conclusion

La projection stéréographique est une approche élégante et efficace pour déterminer l'ensoleillement d'un cadran solaire. Pour sa construction, elle présente la propriété de très bien séparer les variables : au maximum, parmi les 7 grandeurs  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $H$ ,  $D$ ,  $I$ ,  $Az$  et  $h$ , elle n'en utilise simultanément que 2. D'autre part ces tracés sont tous réalisables avec une règle, un compas et un rapporteur. Si le gnomoniste exerce son art dans une zone géographique limitée, les cercles horaires et les cercles de déclinaison sont quasiment inchangés, il lui suffit de modifier la projection du cadran, opération très simple, même s'il est incliné.

Cette projection permet une visualisation assez aisée de la 3<sup>e</sup> dimension, et assure une subtile continuité du cheminement des astres dans l'espace : le Soleil ne disparaît pas brutalement, on le « voit » passer derrière le plan du cadran, puis sous l'horizon (ou l'inverse), atteindre un minimum de hauteur et revenir vers le cadran. C'est aussi une approche très esthétique avec son faisceau de courbes semblable aux superbes gravures des astrolabes.

## Annexe

Projections sur le plan équateur et le plan horizon. Le Sud est en haut, l'Est à gauche et l'Ouest à droite. Latitude  $\varphi = 50^\circ$ , déclinaison Ouest  $D = 60^\circ$ , Inclinaison  $I = 0^\circ$ .

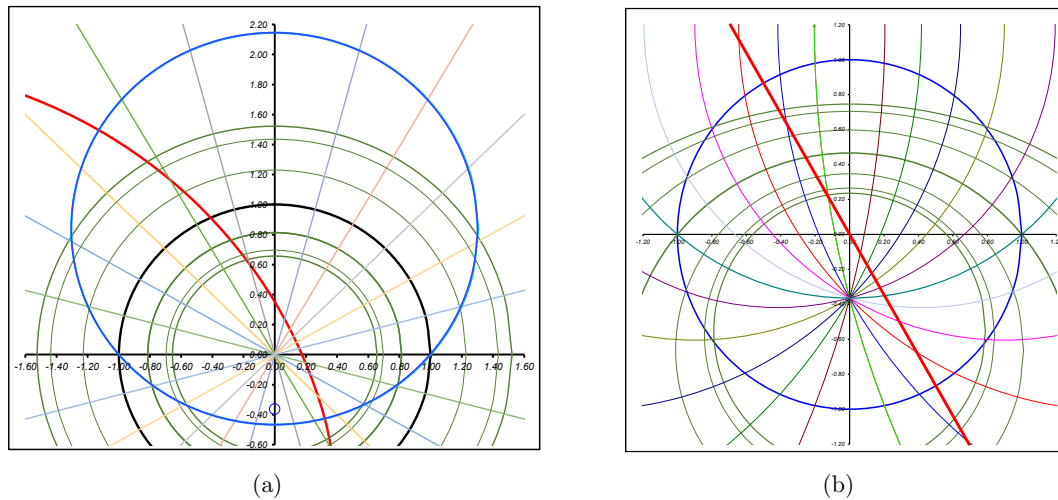


FIGURE 12

**Figure 12(a). Projection sur le plan équateur.** Le pôle Nord est au croisement des axes, pointé vers le lecteur. Les heures sont des droites régulièrement espacées qui se croisent au pôle Nord. Les 6 cercles de déclinaison en vert et celui en noir, qui est aussi l'équateur, sont concentriques, centrés sur le pôle Nord. Le grand cercle bleu représente l'horizon et le cercle rouge le cadran. Les azimuts seraient des cercles décentrés. L'espace est déformé dans les deux dimensions.

**Figure 12(b). Projection sur le plan horizon local.** C'est cette fois le zénith, centré, qui pointe vers le lecteur. Les heures sont représentées par des cercles qui convergent tous vers le pôle Nord (et Sud, vers le haut, hors figure); ils forment un faisceau orthogonal avec les cercles verts de déclinaison, faisceau que l'on retrouve sur les astrolabes. L'horizon, en bleu, est centré; le cadran, en rouge, est une droite formant un angle  $D$  avec l'axe Est-Ouest. Les azimuts seraient des droites qui se croiseraient au centre, régulièrement espacées. Horizontalement (azimut), l'espace n'est donc pas déformé, et verticalement les cercles de déclinaison sont très réalistes quant à la hauteur observée.

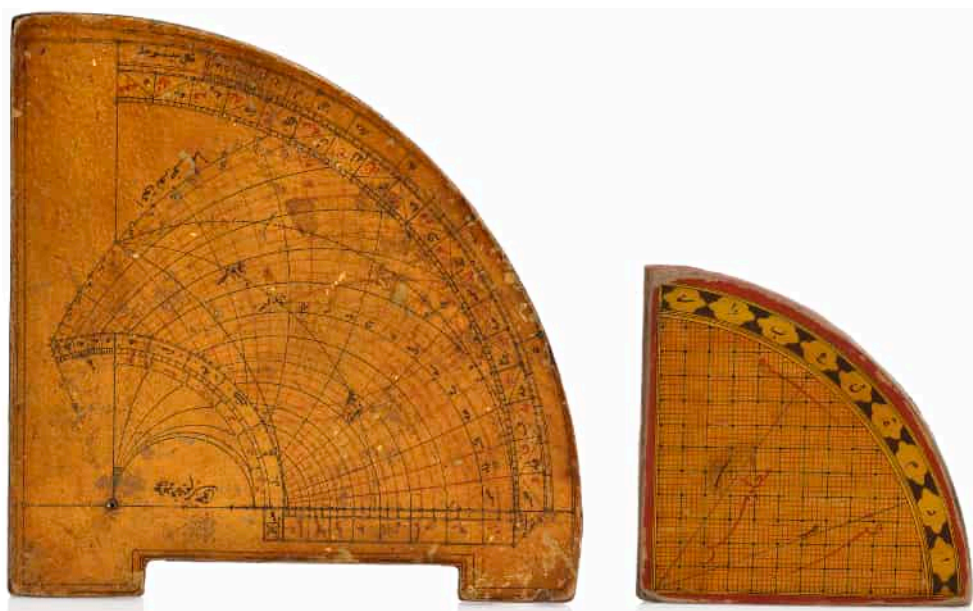
## Références

- [1] Philippe Sauvageot, « Éclairage d'un cadran solaire (1) : rappel des outils & formules », *Cadran Info* n° 39, mai 2019, page 156.
- [2] Sébastien Bérriot, « Éclairage d'un cadran solaire (2) : ombre portée par toit en V », *Cadran Info* n° 39, mai 2019, page 166.
- [3] R. D'Hollander, *L'astrolabe*. Institut Océanographique, Paris, 1999.

- [4] J.E. Morrisson, *The Astrolabe*. Janus, Rohoboth Beach, DE USA, 2007.  
[5] Denis Savoie, *La Gnomonique*. Les Belles Lettres, 2001 & 2007, page 95.  
[6] Gilbert Vincent, *Cadran Info* n° 42, octobre 2020, page [132](#).

## À été mis en vente ...

... sur le site de vente aux enchères anglais : [the-saleroom.com](http://the-saleroom.com) : deux astrolabes quadrants turcs datés de 1831 en bois couvert de papier laqué.



(Images issues du site. Aucun caractère publicitaire)

---

# L'équation du temps . . . sans le temps

par Gilbert Vincent

---

*Nous proposons ici un calcul simple de l'équation du temps, basé directement sur sa définition, qui trouve toute son utilité pour les cadrans lorsqu'il n'est pas nécessaire de porter explicitement la date sur le tracé.*

## 1 Équation du temps et déclinaison : deux approches

L'équation du temps exprime l'écart entre l'heure de passage du soleil au méridien et celle du soleil moyen. Classiquement en ce qui concerne les cadrans, on se fixe une date pour laquelle on détermine cet écart  $E$  [1], [2], ainsi que la déclinaison du soleil ( $\delta$ ), tous deux nécessaires au tracé. Or la date est un paramètre intermédiaire qui n'est souvent pas reportée sur le cadran : ce sont les courbes diurnes, les hyperboles, qui renseignent sur la date.

Une deuxième approche s'appuie sur un calcul direct du couple  $H - \delta$ . On en trouvera une expression dans [3] et ci-après un calcul simple, précis, sans itération ni développement limité.

## 2 Couples équation du temps – déclinaison : $E - \delta$

L'idée est de se fixer la longitude écliptique du soleil  $\lambda$  que l'on fera varier de  $-\pi$  à  $+\pi$  (attention, pas de 0 à  $2\pi$  pour des histoires trigonométriques), et d'en déduire  $E$  et  $\delta$ .

### 2.1 Paramètres nécessaires

$\varepsilon$ : obliquité de l'écliptique	$e$ : excentricité ellipse	$\lambda_0$ : longitude du périhélie
$\varepsilon = 0,409\,05$ rad	$e = 0,016\,701$	$\lambda_0 = -1,338\,94$ rad

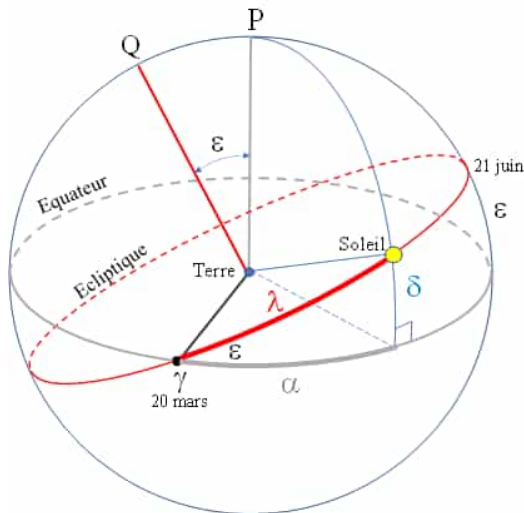
Les variables sont explicitées sur les figures [1 page suivante](#) et [2 page ci-contre](#). Les valeurs numériques sont issues de [2] à la date du 01/01/2020.

Les équations utilisées sont celles du mouvement elliptique et de la trigonométrie (éventuellement) sphérique [4], [5], [ouvrages de physique Bac+1].

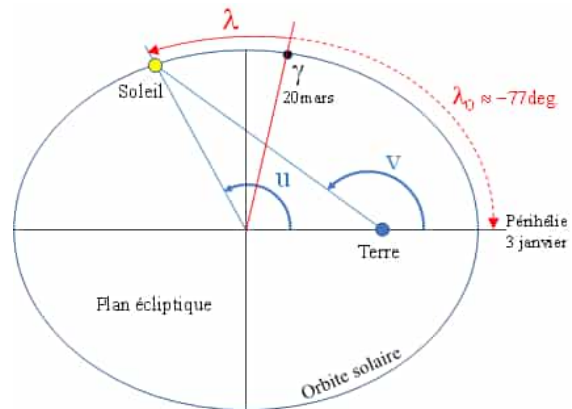
Le calcul ne pose aucun problème si on prend garde de toujours utiliser la fonction  $\text{atan2}(x;y)$  pour extraire les angles à partir de leur tangente<sup>1</sup> :

## 2.2 Écart $E$ <sup>2</sup>

$\lambda$	$-\pi \leq \lambda \leq \pi$	longitude écliptique
$v = \lambda - \lambda_0$		anomalie vraie
$\tan \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{v}{2}$		anomalie excentrique
$\theta = u - e \sin u$		"temps" / périhélie ( $\theta = \omega t$ )
$\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$		ascension droite
$E = \theta - \alpha + \lambda_0$		<b>écart horaire (rad.)</b>



**FIGURE 1** – Définition des coordonnées du soleil :  $\lambda$  longitude écliptique,  $\alpha$  ascension droite et  $\delta$  déclinaison.  $\varepsilon$  est l'obliquité de l'écliptique.



**FIGURE 2** – Paramètres de l'orbite elliptique du Soleil par rapport à la Terre supposée fixe. L'angle  $u$  est l'anomalie excentrique, et  $v$  l'anomalie vraie.  $\theta (= \omega t)$  ne peut pas être représenté. On retrouve le point  $\gamma$  et la longitude  $\lambda$  de la figure 1.

## 2.3 Déclinaison $\delta$

$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$$

**déclinaison du soleil  $\delta$**

1. Il est conseillé d'utiliser  $\text{atan2}(x; y)$ , ou un équivalent, pour tous les arcs définis par leur tangente. Cette fonction retourne un angle :

- dont la tangente est égale à  $y/x$ ;
- compris entre 0 et  $\pi$  si  $y > 0$ , entre 0 et  $-\pi$  si  $y < 0$ .

Exemple :  $\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$ ;  $\alpha = \text{atan2}(\cos \lambda, \cos \varepsilon \sin \lambda)$ .

2. La convention prise ici pour la valeur  $E$  de l'équation du temps est la convention anglo-saxonne (référence [2]). Notre environnement utilise la convention de signe opposé.  $E = \alpha - \theta - \lambda_0$ .

Nous avons obtenu des couples  $E - \delta$ , c'est terminé ! La figure 3 page suivante en donne une illustration pour un cadran solaire. Le tracé peut être facilement obtenu en coordonnées polaires [7].

### 3 Fonction $E(\delta)$

Il est évidemment possible de calculer la longitude  $\lambda$  pour une déclinaison  $\delta$  donnée :

$$-\varepsilon \leq \delta \leq \varepsilon \quad \sin \lambda = \frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon} \quad \text{longitude éclipique } \lambda$$

Il n'y a plus qu'à retourner au §2.2 page précédente pour générer la fonction  $E(\delta)$ . Mais attention, à une déclinaison correspondent deux longitudes, et il faudra distinguer les cas hiver-printemps et été-automne.

### 4 Exemples

Tous les angles,  $E$  compris, sont exprimés en radians, et  $K = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ .

$\lambda$	$\alpha$	$v$	$u$	$\theta$	$E$	$\delta$
au choix	$\text{atan2}(\cos \lambda;$ $\cos \varepsilon \sin \lambda)$	$\lambda - \lambda_0$	$2 \text{atan2}(\cos v/2;$ $K \sin v/2)$	$u - e \sin u$	$\theta - \alpha + \lambda_0$	$\arcsin(\sin \lambda \sin \varepsilon)$
-2,610	-2,646 81	-1,271 06	-1,255 14	-1,239 27	0,068 61	-0,203 01
0,000	0,000 00	1,338 94	1,322 72	1,306 53	-0,032 41	0,000 00
0,960	0,918 99	2,298 94	2,286 40	2,273 80	0,015 87	0,331 88
$\pi/2$	1,570 80	2,909 74	2,905 87	2,901 97	-0,007 77	0,409 05
2,210	2,251 69	3,548 94	3,555 61	3,562 33	-0,028 31	0,324 90

**NB :** *stricto sensu*, ces grandeurs s'adressent au système Terre-Lune. La prise en compte du couple conduirait à un écart périodique (un mois lunaire) pour  $E$  de 1/2 seconde de temps, comparable par ailleurs aux perturbations liées à Vénus et Jupiter, toutes négligeables pour nous.

### 5 Variation séculaire

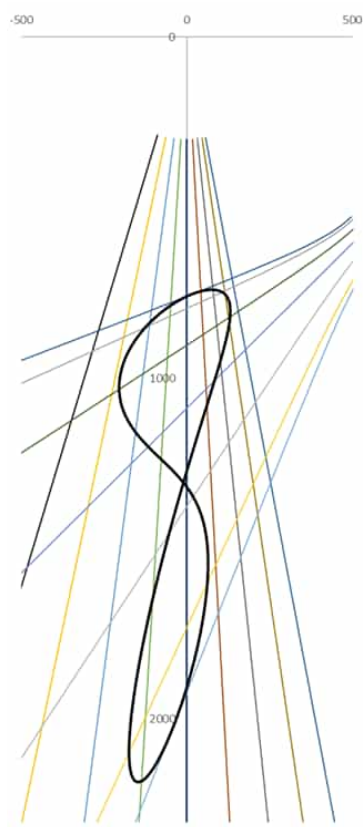
Les paramètres n'étant pas immuables,  $E$  évolue lentement avec le temps. Les variations des 3 paramètres en jeu sont les suivantes :

$$\varepsilon : -0,000\,227 \text{ (rad/siècle)} \quad e : -0,000\,042 \text{ (/siècle)} \quad \lambda_0 : +0,030\,03 \text{ (rad/siècle)}$$

Dans  $E$ ,  $\varepsilon$  et  $e$  se traduisent par des amplitudes, dont  $\lambda_0$  gère le déphasage. L'obliquité et l'excentricité conduisent à des effets sur  $E$  du même ordre de grandeur, 1 seconde pour un siècle, écart maximum sur une année. C'est au final la variation de  $\lambda_0$  qui est la cause principale de l'évolution de  $E$ , soit au maximum, vers mi-janvier et début juillet, 14 secondes par siècle.

Cet écart est la manifestation de la précession des équinoxes, d'une période de 26 000 ans et de la rotation du périhélie c'est-à-dire plus concrètement du périégée ; durant un bon nombre

de millénaires, le point  $\gamma$  et le périhélie vont se rapprocher (mouvements respectifs  $51''$  et  $11''$  chaque année).



**FIGURE 3** – Équation du temps pour un cadran vertical très déclinant. Latitude :  $45^\circ$ , déclinaison Ouest :  $75^\circ$ , longueur du style : 770 mm. Intervalle entre les lignes horaires : 5 minutes. L'échelle est en mm.

En guise de cadran, c'est en fait une réalisation décorative sur une porte d'entrée, avec l'équation du temps seule, sans les lignes horaires ni les hyperboles [6].

## 6 Équation du temps... avec le temps

Le temps  $t$  est présent dans la variable  $\theta$ . En fait :

$$\theta = \omega t \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = 365,2422 \text{ jours (année tropique)}$$

L'origine des temps ( $t = 0$ ) correspond au passage par le périhélie (périhélie de la Terre).

Du périhélie au printemps ( $\lambda = 0$ ) :

$$\theta = 1,306\,53 \text{ (§4 page précédente), donc } t = T \cdot \theta/2\pi = 75,95 \text{ jours.}$$

Du printemps ( $\lambda = 0$ ) à l'été ( $\lambda = \pi/2$ ) :

$$\Delta\theta = 1,595\,44 \text{ (§4 page ci-contre), d'où } \Delta t = T \cdot \Delta\theta/2\pi = 92,74 \text{ jours.}$$

**NB :** l'équation  $\theta = u - e \sin u$  est une équation célèbre dite de Képler. Dans la première approche évoquée dans le §1 page 148, on se donne le temps  $t$ , c'est-à-dire  $\theta$  et on calcule  $u$  ; l'équation est transcendante et sa résolution nécessite des itérations ou des développements limités. Ici (§2.2 page 149) c'est  $u$  qui est fixé, le calcul du temps devient trivial.

## Références

- [1] Guy Grasic, « Formules pour le calcul de l'équation du temps », *Cadran Info* n° 40, octobre 2019, page 69–82.

- [2] Jean Meeus, *Astronomical Formulæ for Calculators*, Willmann-Bell Inc. 1982.
- [3] Denis Savoie, « Calcul de l'équation du temps en fonction de la déclinaison du Soleil », *Cadran Info* n° 10, octobre 2004, p. 92–96.
- [4] André Danjon, *Astronomie Générale*, éd. Albert Blanchard, 1959 & 1980.
- [5] Vladimir Kourganoff, *Astronomie Fondamentale Élémentaire*, Masson, Paris, 1961.
- [6] Gilbert Vincent, *Cadran Info* n° 41, mai 2020, page 132 (« La porte du Temps »).
- [7] Gilbert Vincent, *Cadran Info* n° 42, octobre 2020, page 138.



## À été mis en vente ...

... sur le site de vente aux enchères anglais : [the-saleroom.com](http://the-saleroom.com) : un cadran de type « cadran de hauteur dit de "Berger" » provenant de Turquie, décrit comme : « instrument de voyage en bois recouvert de papier mâché laqué, peint, composé d'un corps cylindrique, XIX<sup>e</sup> siècle ».



(Images issues du site. Aucun caractère publicitaire)



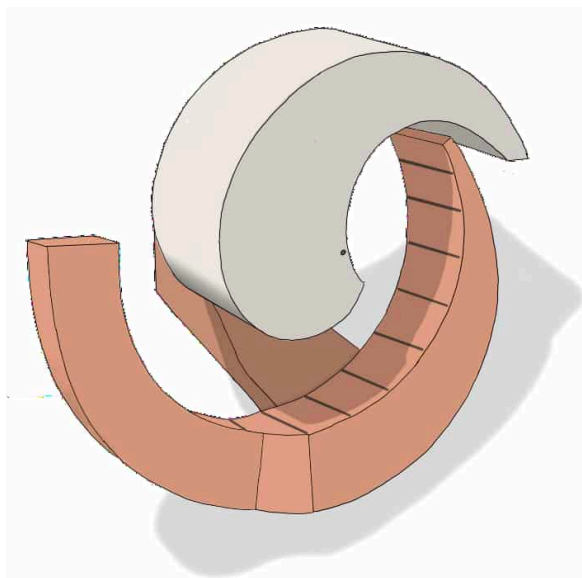
---

## Un escargot pour rattraper l'heure — Cadran solaire à style en cylindre spiralé

par Yves Zweifel

---

*Nous présentons ici la conception d'un cadran solaire polaire, dont l'affichage coïncide avec l'heure légale grâce à l'ajustement d'une pièce centrale en forme de spirale, qui tient lieu de style. Les variations saisonnières de la course apparente du soleil dans le ciel (équation du temps) peuvent ainsi être corrigées. L'ombre de la spirale sur la table des heures, ou plus précisément la limite entre ombre et lumière, offre ainsi une lecture directe de l'heure civile<sup>1</sup>.*



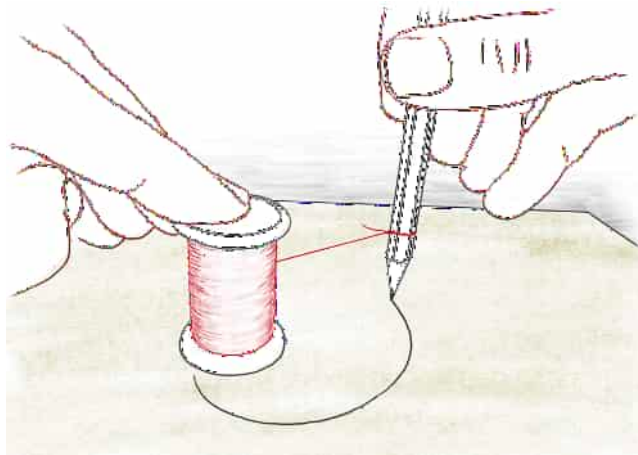
**FIGURE 1** – Une portion de cylindre à base spiralée indique l'heure en projetant son ombre sur une graduation horaire. Le cylindre peut pivoter de quelques degrés sur son axe. En le réglant deux à trois fois par semaine, le cadran indique l'heure civile.

---

1. L'heure civile ou heure légale a une durée constante toute au long de l'année, dite heure moyenne, contrairement à l'heure solaire dont la durée varie légèrement en fonction de la date. Sur la plupart des cadrans solaires, cela se traduit par un retard ou une avance de l'heure affichée par rapport à l'heure indiquée sur la montre.

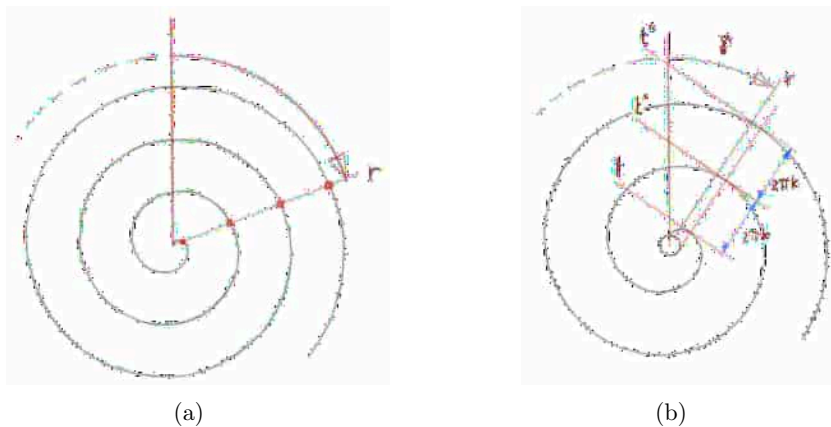
## 1 Une spirale pas tout à fait comme les autres

Prenez une bobine de fil, et attachez son extrémité à un crayon. Maintenez fermement la bobine au milieu d'une feuille de papier et déroulez le fil en le maintenant tendu avec le crayon. La pointe du crayon trace une portion de spirale sur le papier (figure 2), au fur et à mesure que le fil se déroule. La figure obtenue est une spirale, l'une des nombreuses variantes de spirales qui ont été inventoriées et étudiées par les mathématiciens.



**FIGURE 2** – Tracé d'une spirale en développante de cercle, avec une bobine de fil et un crayon.

En faisant tourner l'image d'une spirale autour de son centre de construction on assiste à un étrange phénomène : la figure prend vie et ses courbes semblent s'éloigner ou se rapprocher de ce centre, selon le sens de la rotation, un peu comme si les lignes se gonflaient ou se rétractaient. L'effet est assez frappant avec des spirales simples et régulières comme la spirale dite d'Archimède (figure 3(a)), ou l'anti-clothoïde (développante de cercle, figures 2 et 3(b)), qui est celle que l'on peut tracer avec une bobine de fil et un crayon.



**FIGURE 3** – Les points qui construisent la spirale d'Archimède (a) s'écartent de son centre, en proportion directe de la rotation du rayon  $r$  qu'ils forment avec ce centre. À chaque tour supplémentaire le long du tracé de la courbe, la distance au centre de ses points (en rouge) s'allonge d'une valeur constante  $\Delta r$ . Dans le cas d'une développante du cercle en revanche (b), ce sont les tangentes à la courbe, perpendiculaires au rayon de construction, qui sont espacées uniformément. La différence entre ces deux figures est ténue, elle est surtout notable à proximité immédiate des centres respectifs.

L'anti-clothoïde se caractérise par la propriété suivante : si l'on fait tourner une portion de la spirale d'un angle  $\gamma$  autour de son centre, et que l'on considère  $t$  la tangente à cette courbe de direction donnée, cette dernière s'éloigne ou se rapproche du centre d'une distance  $k \cdot \gamma$ , où  $k$  est une grandeur constante, égale au rayon du cercle de construction au centre de la figure 3(b) ou au rayon de la bobine dans la figure 2 page précédente.

## 2 Une spirale en guise de style

La majorité des cadrans solaires indiquent l'heure en projetant une ombre. Si elle est projetée par une tige droite (style), un disque ou une sphère par exemple, la lecture de l'heure s'effectue au milieu de la zone obscurcie. Si c'est l'arête diagonale d'un triangle qui fait office de style, on doit observer la projection de l'arête sur les lignes horaires, qui est une transition rectiligne entre ombre et lumière. Dans le cas qui nous intéresse, la transition ombre-lumière utilisée pour la lecture de l'heure n'est pas obtenue par une arête mais par une surface courbe, la surface cylindrique dont la courbe directrice est une développante de cercle (figure 1 page 153). Nous assimilerons cette surface courbe à un style, car elle en a la fonction, même si elle ne partage pas la forme longiligne de ceux des cadrans solaires courants.

## 3 Réglage du cadran sur l'heure légale

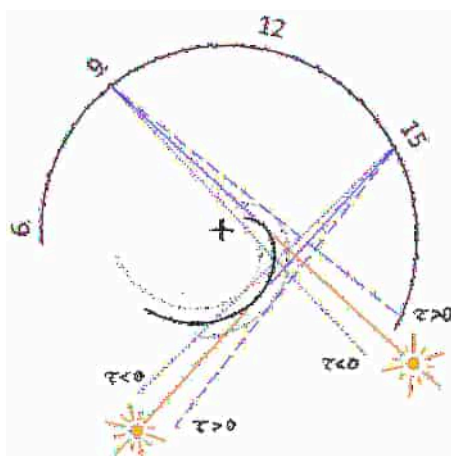
A l'instar du cadran à double hélice<sup>2</sup>, nous avons cherché une manière originale de tracer un cadran dont l'heure lue soit ajustable pour se conformer à l'heure officielle. L'ambition n'est pas de faire un réglage automatique, mais plutôt de permettre une correction manuelle permettant de lire directement l'heure sur le cadran. Une correction qui serait à effectuer chaque deux ou trois jours pour les plus pointilleux, chaque semaine si l'on n'est pas à 2 minutes près. Plus besoin alors de faire du calcul mental en ajoutant la valeur de l'équation du temps à la valeur lue.

La façon la plus directe de régler un cadran consiste à faire pivoter la couronne ou le disque horaire autour de l'axe du style. Plusieurs cadraniers s'y sont attelés, avec de belles réalisations à la clé. Une correction de  $\pm 4^\circ$  environ suffit pour compenser l'avance ou le retard de l'heure solaire sur l'heure moyenne, et un saut supplémentaire de  $15^\circ$  doit être fait lors des passages entre heure d'hiver et heure d'été. Il est plus difficile de trouver un système de réglage permettant de garder la table horaire fixe. Si le déplacement du style déplace évidemment l'ombre, la correction angulaire apportée par ce mouvement va dépendre du moment de la journée. Ainsi une correction réalisée le matin ne fonctionnera pas pour les heures du soir, à moins que le style ne se trouve sur le même cercle que le cadran horaire. On a alors un *cadran solaire à angle inscrit*.

En remplaçant le style longiligne d'un cadran équatorial par une surface en portion de spirale, il est possible de réaliser un cadran solaire réglable. L'idée consiste à construire une surface incurvée semblable à celle présentée dans la figure 1 page 153, montée sur un axe qui lui permet de pivoter de quelques dizaines de degrés autour de son centre. Cette rotation a pour effet de corriger l'heure projetée d'une même valeur, quel que soit le moment de la journée (figure 4 page suivante).

---

2. *Cadran Info* n° 35, mai 2017, pp. 129–138.



**FIGURE 4** – Fonctionnement du cadran à spirale. À titre d’illustration, la direction des rayons du soleil est représentée pour deux moments de la journée, 9 h et 15 h légales, et pour différentes valeurs de l’équation du temps :  $\tau < 0$  en pointillé,  $\tau = 0$  en trait continu et  $\tau > 0$  en trait interrompu. Selon l’avance ( $\tau < 0$ ) ou le retard ( $\tau > 0$ ) de l’heure solaire sur l’heure moyenne, on tourne la pièce spiralée dans le sens horaire ou anti-horaire respectivement, autour du centre marqué par une croix. Trois positions du style sont illustrées, la position médiane étant en trait continu noir. Une fois le réglage opéré, la limite entre ombre et lumière indique précisément l’heure légale.

## 4 Tracé de la table des heures

Dans une première démarche, nous avons considéré un modèle où les heures seraient marquées, comme pour un cadran équatorial, sur une portion circulaire de cylindre, à équidistance autour du centre du cadran. En calculant la position des marques horaires pour toutes les heures du jour, on s’aperçoit que le cadran ne présente pas la même symétrie qu’un cadran traditionnel. Plus ennuyeux, la rotation du style nécessaire à la correction de l’heure n’est pas la même selon que l’on est le matin, à midi ou en fin de journée. Autrement dit, le concept ne fonctionne pas dans le cas d’une couronne circulaire. Quelle forme faut-il dès lors donner à la table horaire pour que le mécanisme de réglage soit précis sur toute sa plage de lecture ?

Au lieu de partir d’une forme arbitraire, définissons  $\chi$  comme le paramètre de correction reliant le paramètre  $\tau$  de l’équation du temps<sup>3</sup> et la correction angulaire  $\gamma(\tau)$  à effectuer sur la position du style spiralé, tel que :

$$\gamma(\tau) = \chi \tau \quad (1)$$

La forme et la taille de la couronne horaire peut se calculer à partir de la valeur choisie pour  $\chi$  et de la forme du style. Nous évoquerons par la suite ce qui peut motiver le choix d’une valeur donnée pour  $\chi$ . À chaque position angulaire  $\theta$  du soleil (angle horaire) correspond un point de tangence à la surface du style. De même, ces tangentes doivent ensuite traverser la table horaire en un point distinct, le lieu de la lecture de l’heure. Il reste à déterminer à quelle distance ce point doit se trouver du point de tangence.

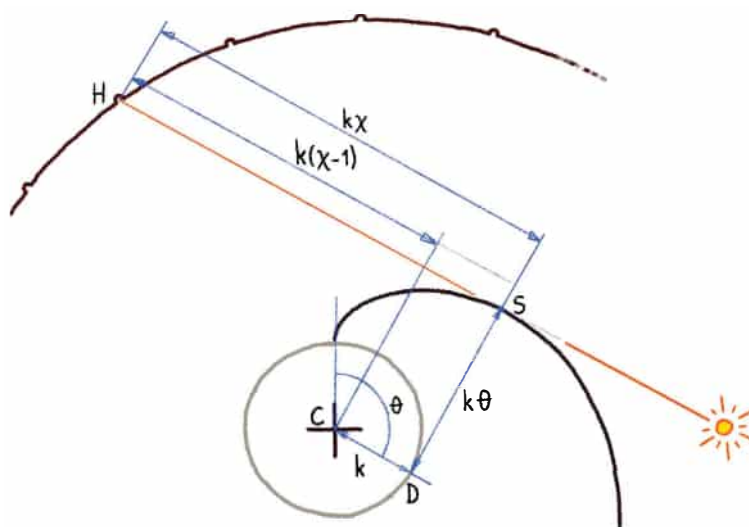
Pour calculer cette distance, partons de l’équation (1) et analysons ce qu’il se passe lorsque le temps vrai (ou temps solaire) s’écarte du temps moyen d’une faible valeur  $d\tau$ . La position du style est une fonction de  $d\tau$ , elle s’écarte d’un angle  $\gamma(d\tau) = \chi d\tau$  de sa position neutre

3. Pour plus de cohérence, on exprimera aussi bien l’angle  $\gamma$  que la valeur de l’équation du temps  $\tau$  en radians. Il suffit pour cela de multiplier la valeur de l’équation du temps traditionnellement exprimée en minutes (min) par  $\pi$  et la diviser par 720.

qui est  $\gamma(0) = 0$ . Les rayons du soleil s'éloignent de la position moyenne d'un angle  $d\tau$ , et le point de tangence s'en trouve déplacé également (figure 5). Appelons  $\theta$  la position angulaire du soleil, mesurée comme sur la figure 5, et  $\theta_0$  cette même position lorsque l'équation du temps vaut zéro. On peut montrer que le point de convergence des rayons d'angle  $\theta_0$  et  $\theta = \theta_0 + d\tau$  pour  $d\tau$  très petit se trouve à une distance constante du point de tangence avec le style, et ce indépendamment de  $\theta_0$  :

$$\text{Distance au point de tangence } SH = k\chi \quad (2)$$

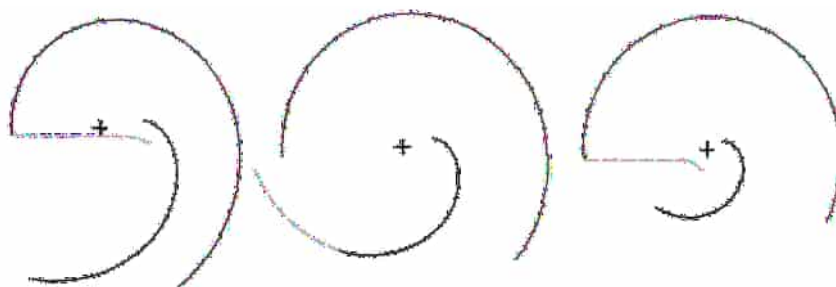
Il en découle que la table horaire est aussi une variante de spirale (figure 4 page ci-contre), et non un arc de cercle.



**FIGURE 5** – La construction géométrique du style peut se faire comme suit : un rayon CD de centre C et de longueur  $k$  est tracé pour former l'angle horaire  $\theta$  avec toute autre direction que l'on aura choisi comme référence. Le point S se trouve à l'extrémité d'un segment DS de longueur  $k\theta$  perpendiculaire au rayon CD en D. En partant du point S, à une distance constante  $k\chi$  de S, on trouve un point H de la table horaire, point sur lequel l'ombre vient se projeter.

Pour des corrections infinitésimales de l'équation du temps, cette construction de deux portions de spirales imbriquées l'une dans l'autre, la première pour le style et la seconde pour la table horaire, permet d'obtenir une lecture parfaite de l'heure moyenne après une simple rotation du style. Qu'en est-il si la correction horaire est plus grande ? En février et en novembre l'équation du temps atteint un maximum de 14 min 20 s et un minimum de -16 min 23 s respectivement, ce qui correspond à environ  $3^{\circ}6$  et  $-4^{\circ}1$  en termes de course angulaire du soleil. Les calculs montrent que pour ces amplitudes les erreurs restent tout à fait négligeables en regard d'autres sources d'incertitudes, comme la taille apparente du soleil dans le ciel qui réduit la précision de l'ombre portée. Cependant si l'on voulait permettre une correction plus importante, notamment pour tenir compte du changement entre heure d'été et heure d'hiver, il faudrait considérer une amplitude angulaire bien plus élevée pour la rotation du style, ce qui poserait d'autres problèmes de construction.

Revenons au choix du paramètre  $\chi$ , qui a une influence directe sur la forme et la taille du bandeau horaire. Nous avons tracé en figure 6 page suivante la partie fonctionnelle du cadran pour une valeur de  $\chi$  allant de 3 à 8.



**FIGURE 6** – Les trois cadrans présentés ici schématiquement sont réalisables : à gauche, le paramètre de réglage  $\chi$  ne vaut que trois. Le style est de grande taille en comparaison du cadran horaire, qui lui-même se différencie clairement d'un cercle. Les mouvements nécessaires pour la correction de l'équation du temps sont ici de faible amplitude ( $\pm 12^\circ$  environ). À l'inverse, il peut être nécessaire de tourner le style de  $\pm 32^\circ$  pour régler le modèle de droite, calculé avec un  $\chi$  de huit. Enfin la figure centrale est calculée avec un  $\chi$  de 5, tout comme le cadran de la figure 1 page 153. Dans les trois figures, les lignes en traits interrompus sont des ajouts qui permettent de masquer les rayons de lumière passant à gauche du style, et qui pourrait apporter de la confusion dans la lecture de l'heure.

## 5 Histoire d'ombres

En observant la figure 4 page 156, on note un problème pratique, qui se rencontre aussi sur d'autres cadrans équatoriaux à l'approche des équinoxes : les rayons du soleil matinal sont masqués par une portion du cadran. La partie est de la table horaire, à droite de la figure, projette son ombre sur la partie ouest, à gauche. Pour contourner cet obstacle, la table horaire sera construite au moins deux fois plus haute sur le début de sa plage horaire (figure 1 page 153). Elle ne sera donc jamais totalement occultée. En raison de l'asymétrie du cadran, le problème ne se pose pas pour le soleil de fin de journée.

Un deuxième écueil peut se présenter dans la lecture de l'heure : à certains moments de la journée, le style projette une ombre avec deux bords distincts, or seul l'un des deux doit être utilisé pour la lecture de l'heure. Dans le sens horaire, il faut ignorer la transition lumière-vers-ombre, mais ne retenir que la transition ombre-vers-lumière. On montre sur la figure 6 comment l'on peut éviter toute confusion en prolongeant la courbe du style pour qu'il recouvre une partie du cadran (figure du milieu), ou une paroi écran entre l'extrémité ouest du cadran et le style (figures de gauche et de droite). Aussi bien l'écran que la table horaire côté ouest doivent alors être suffisamment hauts pour cacher les rayons du soleil même aux solstices d'été et d'hiver.

## 6 Et bien d'autres formes encore

Dans cet article, nous avons vu comment tracer un cadran solaire réglable, en partant d'une forme spiralée particulière, ajustable par rotation, et en calculant la forme de la table horaire qui lui soit la mieux adaptée. Mais rien n'exclut de suivre une démarche inverse : imposer la forme de la table horaire et calculer en retour quel devrait être la forme du style. Par exemple, quelle doit être son contour si l'on veut un cadran horaire parfaitement circulaire ? Ou est-il possible de faire un cadran réglable qui se projette sur le plan vertical d'un mur, et quelles en seraient les limitations en termes de plage horaire ou de précision ?

Des petits défis mathématiques qui restent à explorer. À vos crayons !



## 1 Dernières réalisations ou découvertes

### — Cadran solaire : Brigitte Alix

B. Alix qui nous a habitué aux astrolabes ([www.astrolabes.fr/](http://www.astrolabes.fr/)) a profité du confinement pour réaliser deux cadrans solaires.

« Ayant été contactée par notre collègue Marie-Claude Paskoff à propos de "l'horloge magnétique" de Vincent Léotaud ([www.ville-gap.fr/actu-agenda/conference-vincent-leotaud-un-savant-dauphinois-du-17e-siecle](http://www.ville-gap.fr/actu-agenda/conference-vincent-leotaud-un-savant-dauphinois-du-17e-siecle)), j'ai commencé à étudier entre autre le tracé des heures babyloniennes et italiennes pour un cadran horizontal. En contactant Denis Savoie celui-ci m'a indiqué où trouver les explications pour ces tracés. Ainsi j'ai pu mener à bien cette étude.

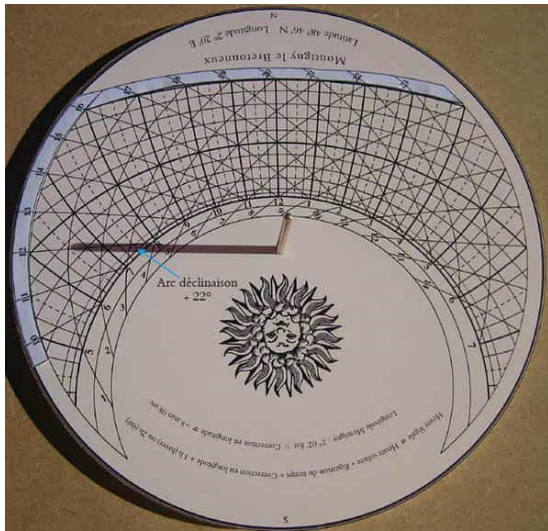


FIGURE 1

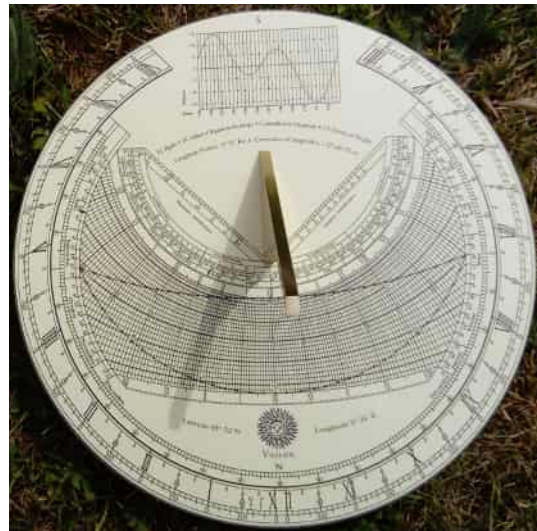


FIGURE 2

J'avais en effet sous la main la « bible », l'ouvrage de Denis, *La gnomonique* et voici en figure 1 & 2 le travail réalisé. Le cadran de gauche donne outre l'heure solaire, les heures babyloniennes et italiennes. Je l'ai testé dans mon jardin toute la journée du 02 juin, et la photo présentée est prise à heure solaire de 7 h 30 soit 9 h 20 en heure légale. Les indications complémentaires sont :

02/06/2020 ;  $\delta = 22^\circ 16'$  ; EdT = -2 min ; Longitude : -8 min  
Lever du Soleil le 2/6 : 5 h 53 min (TL) et 4 h 03 min (TV)  
Coucher le 1/6 : 21 h 47 min (TL) et 19 h 57 min (TV)  
Heure légale (TL) = 9 h 20 ; Heure solaire (TV) = 7 h 30  
Heure babylonique = 3 h 20 ; Heure italique 11 h 45.

Dans la foulée, j'ai aussi travaillé sur le double cadran de Benjamin Scott (*cf.* fig. 2 page précédente). Cet instrument est imprimé sur plexiglass. J'ai complété mon étude en me référant à l'article de Denis dans *Cadran Info* n° 38, oct. 2018. Sur la photo il s'agit d'un cadran fait pour la latitude de  $45^\circ 22'$ . J'en fais un pour la latitude  $48^\circ 46'$  (chez moi) que je vais graver sur laiton. »

### — Cadran de N.-D. de Longefont (Oulches 36 800) : Bernard Cura

C'est en août 2018 que B. Cura prend contact avec Michel Lambalieu pilote du groupe « Conseils à la sauvegarde du patrimoine gnomonique », suite à la découverte d'un bloc gnomonique comportant quatre cadrans (*cf.* fig. 3(a) page suivante).

*« Je viens vers vous pour un conseil concernant la restauration d'un cadran solaire multiple.*

*Lors de la visite d'un ancien prieuré privé dans l'Indre, le propriétaire des lieux m'a montré un cadran solaire ancien, probablement originaire du lieu.*

*Ce prieuré féminin dépendait de Fontevraud, et a été fondé dans les années 1110. Aucun vestige architectural ne semble remonter à cette période d'installation. L'élément le plus ancien du site est l'église qui semble postérieure à 1140. Vers 1830, une grande partie de l'édifice s'effondre. Elle vient d'être restituée.*

*Hors clôture, la maison dite « du confesseur » ou « de l'aumônier », a été construite entre 1654 et 1702 pour le chapelain des religieuses. Je pense que le cadran pourrait être contemporain de cette dernière construction.*

*Le propriétaire avait « bricolé » des styles sans rapport avec la latitude du lieu (voir photos jointes). Un relevé rapide m'a permis d'imaginer les différentes face du cadran (pièces jointes).*

*L'état de surface du plan horizontal est très dégradé et il manque jusqu'à 5 mm de matière.*

*L'objectif du propriétaire n'est pas de le refaire à neuf, mais de restituer suffisamment d'éléments pour qu'il soit encore lisible. Tracé, styles . . .*

*Comment procéder notamment pour le plan horizontal ? Quel matériaux utiliser pour restituer les styles et comment faire pour fondre le plomb de scellement sans détériorer ou fragiliser la pierre ?*

*Merci de bien vouloir m'orienter par vos conseils.*

*Bien amicalement »*

B. Cura

Monsieur Cura entreprend une analyse précise de ce cadran sous le titre « *Quelques éléments sur le cadran solaires multiple de Notre-Dame de Longefont* ». En annexe vous pouvez lire la dernière version.





(a) Les bricolages

(b) Le projet

**FIGURE 3**



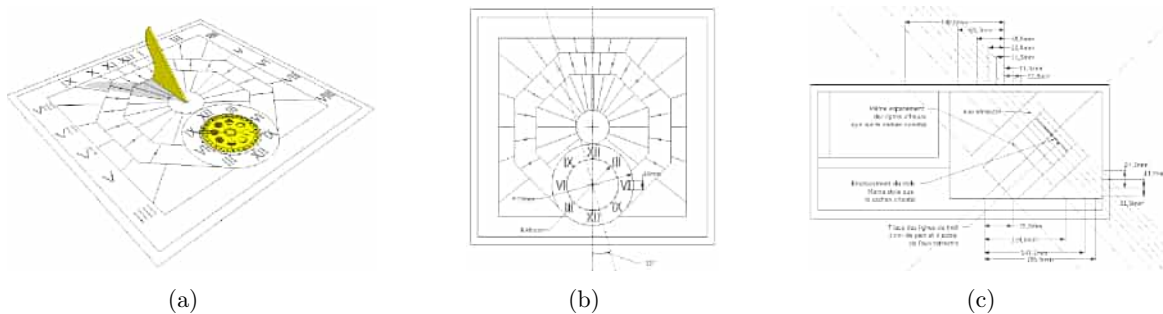
(a) Face supérieure très dégradé du cadran

(b) Restitution probable du tracé à partir des gravures encore visibles

**FIGURE 4**

Il établit également un document destiné au tailleur de pierre afin de réaliser une œuvre conforme à l'original suite à un relevé millimétrique. Chacun des cadrans est tracé et côté avec précision (*cf.* fig. 5).

Il a été pris l'option d'adjointre une volvelle de conversion de l'heure lunaire en heure solaire.



(a)

(b)

(c)

**FIGURE 5**

En figure 6 le cadran terminé. La mise en place a été réalisée le 27 mai 2020. La photo de gauche (6(a)) a été prise à midi de la montre, celle de droite (6(b)) en début de l'après-midi.



FIGURE 6

Pour compléter cette présentation vous pourrez lire *L'histoire de la restauration de Notre-Dame de Longefont* qui revit depuis 2015 grâce aux travaux entrepris à partir de 2007 par les propriétaires Agnès et François Chombart de Lauwe.

#### En annexe de la version numérique :

vous trouverez le fichier :

- Dossier Longefont CCS.pdf (*Quelques éléments sur le cadran solaire multiple de Notre-Dame de Longefont*).
- Dossier tailleur de pierre LONGEFONT.pdf
- HISTOIRE DE LA RESTAURATION DE N.-D. DE LONGEFONT.pdf

#### — Réalisations de cadrans : Laurent Souchu

« Le cadran ci-dessous a été réalisé en 2014 à S<sup>t</sup>-Michel-l'Observatoire. Latitude : 43°9'16" N, Longitude : 5°7'13" E, déclinaison gnomonique de -5° 45' 19" .

Il est en pierre d'Estailade, un calcaire qui ne gèle pas. En plus des courbes des solstices et de la droite des équinoxes, figurent les dates anniversaires de plusieurs personnes de ma famille. La phase de la Lune et son orientation sur l'horizon correspond au jour de ma naissance. Les points visibles à gauche et à droite du cercle, représentent l'alignement planétaire du jour de ma naissance (Vénus, Jupiter, Saturne, Mars et Mercure), et modestement mes initiales LS, (Soleil lune)...

Le cadran ci-dessous a été installé le 28 mai 2020 à Mane, entre S<sup>t</sup>-Michel-l'Observatoire et Forcalquier sur la maison de M<sup>me</sup> Élisabeth et Mr Bruno Dauchet. Gravé sur une pierre calcaire d'Estailade, ses dimensions sont de 500 mm × 500 mm pour une épaisseur de 35 mm. La Latitude

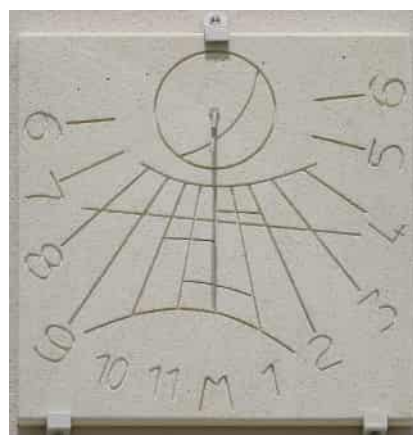


FIGURE 7

est  $43^{\circ} 56' 3''$  N, la Longitude  $5^{\circ} 45' 53''$  E et la déclinaison gnomonique :  $-32^{\circ} 27' 51''$ . Sur ce cadran ne figurent que les courbes des solstices et la droite des équinoxes.

On retrouve, toujours très modestement quoique de plus grand diamètre... les initiales du cadranier SL. À noter que le diamètre du soleil a été choisi de manière à tangenter la courbe du solstice d'hiver. Ces deux cadrans ont été vérifiés à l'aide de l'application, très utile, TpSol de Y. Massé. Ils sont précis à la minute. »

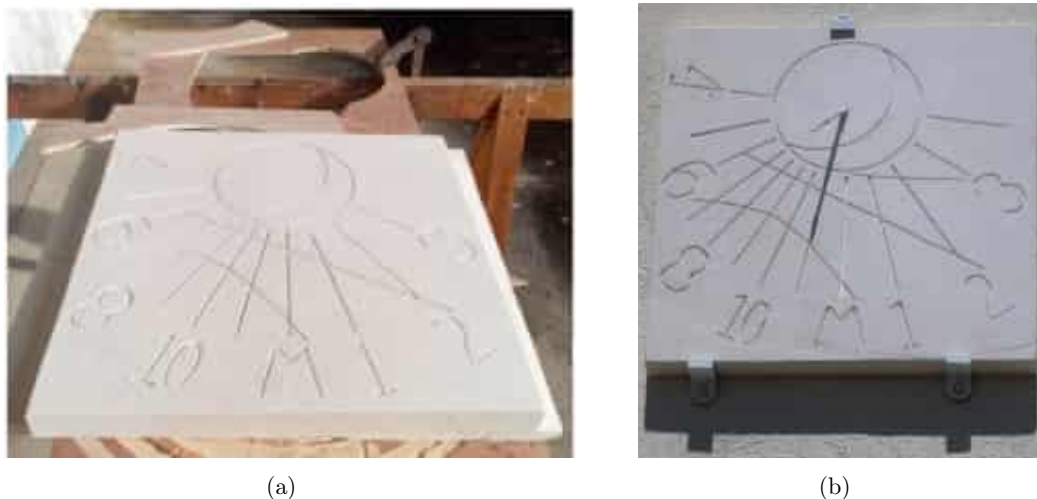


FIGURE 8 – Cadran solaire installé à Mane (04 300).

### — Un cadran à Beaucamps-Ligny : Christian Druon

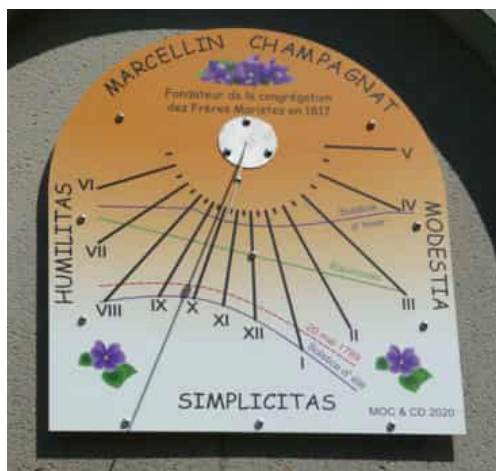


FIGURE 9

Dans cette commune du Nord (59 056) de 900 habitants, l'Institution Sainte-Marie (31 rue de l'église) peut accueillir 3000 élèves répartis dans l'école, le collège, le lycée et les CPGE.

La composition du cadran installé sur le bâtiment « CHAMPAGNAT » ( $50^{\circ} 36' 8''$  N /  $2^{\circ} 55' 0''$  E) rend hommage à Marcellin Champagnat qui promouvait l'enseignement primaire dans les campagnes. La devise reprend les mots *humilité*, *modestie* et *simplicité* que le Père utilisait souvent. Il aimait cueillir dans les sous-bois des violettes, ses fleurs préférées, ce qui a orienté le choix du décor floral.

- Type de cadran :
  - Vertical, déclinant de 18,5° vers l'Est.
  - Panneau de 1 m de large et de 1,14 m de haut, avec partie haute en demi-cercle.
  - Temps : vrai.
  - Fabrication : impression couleur sur support type « Dibond » vissé sur un cadre en inoxydable.
- Tracé :
  - Lignes pleines pour les heures, petits traits pour les demi-heures.
  - Arcs : solstices, équinoxes et anniversaire de naissance (20 mai 1789) du Père Marcellin Champagnat (1789-1840), canonisé en 1999.
  - Heures en chiffres romains à l'extrémité des lignes horaires.
- Inscriptions :
  - MARCELLIN CHAMPAGNAT, Fondateur de la congrégation des Frères Maristes en 1817
  - HUMILITAS — MODESTIA — SIMPLICITAS
- Décor : floral à base de violettes.
- Date : 2020 précédée des initiales MOC & CD. La pose a été effectuée en juin 2020.
- Style : polaire constitué d'une tige avec une boule pour indiquer la date.
- Étude et composition : Christian Druon pour l'étude et Marie-Odile Cousin, enseignante à l'Institution, pour la composition.
- Réalisation :
  - Le cadre et le style en inox ont été fabriqués par une entreprise d'Hallennes-lez-Haubourdin. La table a été réalisée par une entreprise de Villeneuve d'Ascq.

### — La fin d'un cadran à Guillestre (05) : Michel Lalos

« C'est le mercredi 26 janvier 2020, au petit matin, que le cadran solaire de la Place Albert s'est transformé en poussière. Il portait la devise en latin : *UTERE PRÆSENTI, MEMOR ULTIMÆ* qui signifie « Profite de l'heure présente, souviens-toi de la dernière (heure) ».

M. Lalos nous fait vivre cette fin prévisible depuis la nuit du 2 au 3 août 2014 où la façade de la maison voisine à celle présentant le cadran, s'est effondrée (*cf. fig. 10 page ci-contre*). En annexe les dernières heures du cadran solaire de la place Albert à Guillestre. »

#### **En annexe de la version numérique :**

vous trouverez le fichier :

- guillestre\_pl-albert\_cad\_disp-20\_03\_18.pdf



FIGURE 10 – La fin d'un cadran solaire à Guillestre (05).

### — Cadran de Claude Gahon : « Pôle nord »

« Il sort tout juste du dé confinement, et d'un furtif rayon de soleil, voici « Pôle Nord ».

#### Remarques préliminaires :

- Petite différence d'échelle avec Jaipur, mon « Pôle Nord » tient dans une boîte 20 × 20 × 20 centimètres.
- Faute de matériau, confinement oblige, j'aurai pu utiliser une plaque d'aluminium pour la structure, ce qui lui aurait donné une allure un peu plus métallique et ressemblante au monument de Trondheim (ci-dessous).



FIGURE 11 – Photo : Joël Robic.

En effet, on peut, je pense, voir une similitude avec ce monument de la ville de Trondheim, situé vers le grand Nord, que j'ai transformé en « un cadran de berger ». La boule centrale peut symboliser la Terre et son axe le pôle. Chaque « colonne » est relative à 1 mois de l'année.

J'ai bien sûr utilisé la formule donnant la hauteur du soleil en fonction de sa déclinaison pour déterminer les courbes horaires, qui compte tenu de la faible largeur utile pour un mois, sont assimilées à des lignes, la précision de lecture en est évidemment affectée. Une autre imprécision est due à la position de l'ombre, qui n'est pas repérable au jour près mais plutôt à la décade (voire une semaine pour des yeux experts!).

Ces imprécisions sont évidemment dues à la petite taille du cadran, mais on peut raisonnablement estimer entre 1/4 et 1/2 heure près selon l'endroit de la tache d'ombre. Cela me semble cohérent avec le cadran de berger classique.

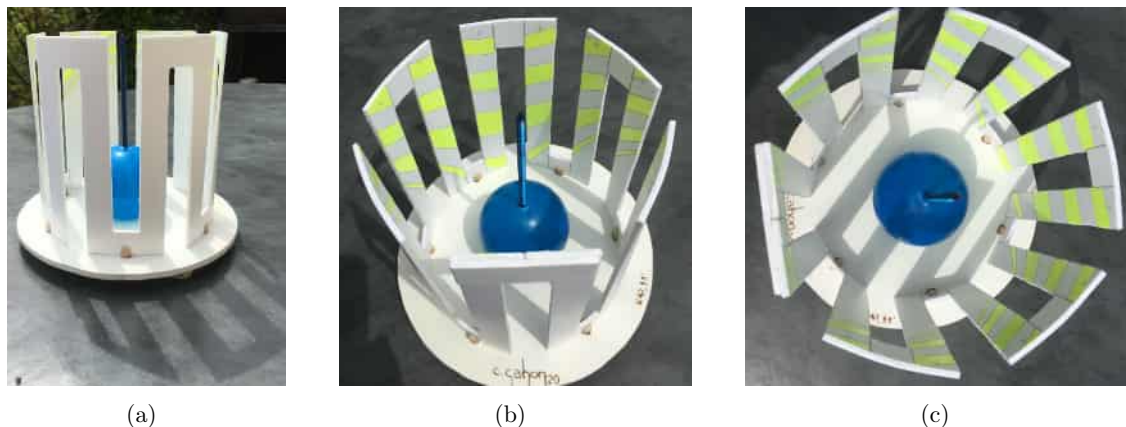
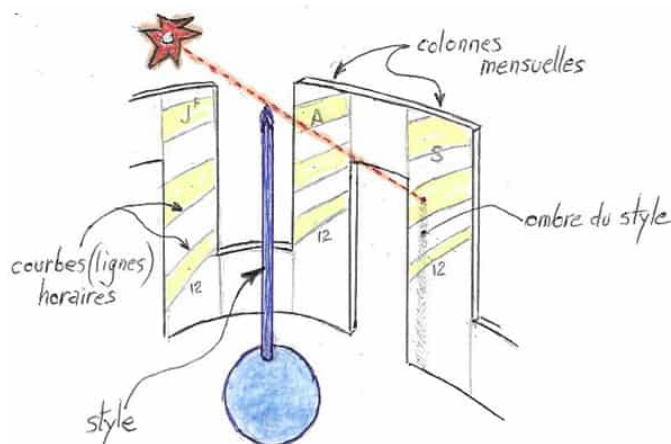


FIGURE 12 – Cadran de Claude Gahon : Pôle nord.

Je vous joins ma petite note d'utilisation du cadran ».

**C86 — Pôle Nord**



**Cadran de hauteur type « cadran de berger ».** Tourner l'ensemble pour que l'ombre du style soit dans la colonne mensuelle du jour. Affiner la position en fonction de la date du jour.

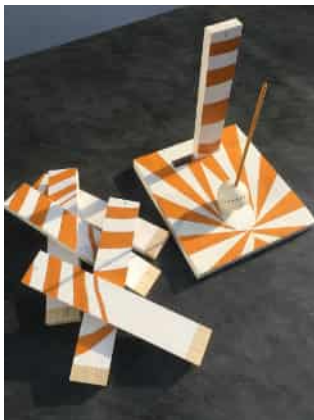
Exemple :

- si l'on est le 8 du mois, donc dans la première décade du mois, on place l'ombre dans le 1<sup>er</sup> tiers de la largeur de la colonne mensuelle.
- Les courbes (lignes) horaires sont à la fois pour le matin et l'après-midi, la ligne midi (12) est toujours la plus basse.
- Ainsi sur l'exemple du dessin ci-dessus on peut estimer l'heure solaire à 9 h 30 ou 14 h 30.

## — Cadran de Claude Gahon : « Récréation »

« J'espère que le déconfinement vous permet quelques escapades et divertissements plus libres, voici « Récréation » pour vous accompagner dans un petit jeu. Double langage en fait, car il s'agit d'abord de re-crétions puisque j'ai repris les principes de réalisations précédentes comme :

- ★ le globe de Joël Robic (solution 3) de février<sup>1</sup>, avec les lignes horaires tangentes à l'ellipse projetée du globe, et comme dans mon tracé sur « Arc en Ciel ». L'heure solaire est indiquée par la ligne horaire tangente par l'ombre du globe, on interpole entre chaque ligne tracée.
- ★ la sphère avec les points horaires sur son grand cercle dans le plan équatorial, comme dans « Caducée » ou « Atomium », et les classiques bien antérieurs à mes créations. L'heure solaire est indiquée à l'intersection de la ligne séparative ombre/lumière sur le globe et la ligne équatoriale des points horaires.
- ★ le gnomon et les plaquettes mensuelles comme dans le tout récent « Pôle Nord » (cf. p. 165) en « cadran de berger ».



(a) Photo n° 1



(b) Photo n° 2



(c) Photo n° 3

**FIGURE 13** – Cadran de Claude Gahon : *Récréation*.

Là où il y a récréation c'est quand on s'amuse avec le jeu de plaquettes à placer chaque mois dans la glissière. Celles-ci sont double-face pour en limiter le nombre, une face par mois. La durée du mois, donc la largeur de la plaque, est divisée en 3 colonnes correspondantes à environ 10 jours (décade) et les courbes horaires ont été déterminées comme pour un cadran de hauteur type « cadran de berger ».

On divise mentalement la largeur de la plaque en 30 jours et on translate la plaque dans la glissière de manière à ce que l'index (pointe repère sur le croquis) soit le mieux possible en face du repère fictif du jour du mois.

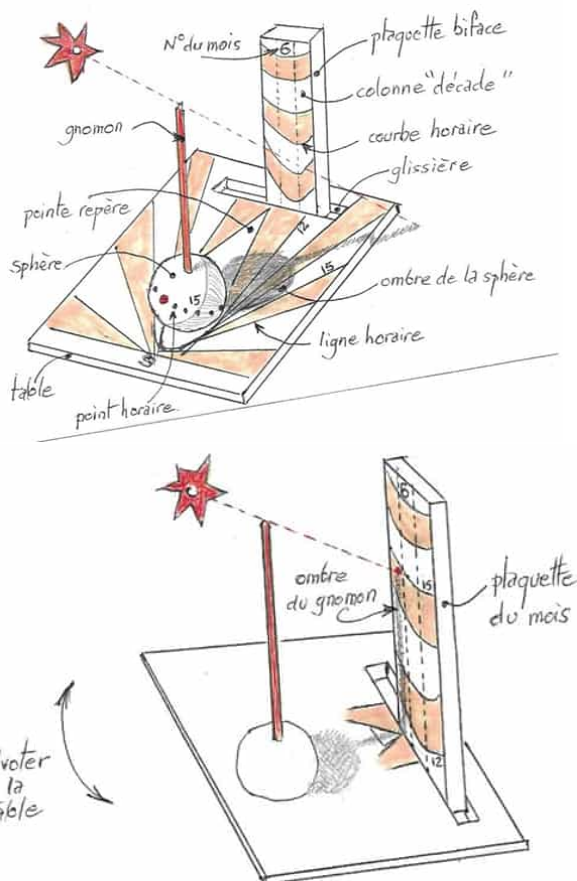
Cette translation est faite pour garder toujours la même distance entre le gnomon et la plaquette, sinon il fallait, en théorie, une plaquette fixe à face courbe.

On fait pivoter l'ensemble jusqu'à ce que l'ombre du gnomon soit dans la colonne « décade » du jour repéré précédemment. L'heure solaire s'estime à la pointe de l'ombre. À midi solaire

1. Site de notre collègue Joël Robic : [www.cadrans-solaires.fr/joel-robic.html](http://www.cadrans-solaires.fr/joel-robic.html)

pas besoin de manip (cf. photo 13(c) page précédente). Et si je me suis mal expliqué, ma petite fiche technique, vous éclairera peut-être un peu plus ».

**C87 — Récréation**



1. Orienter la table Nord Sud :
  - sur la sphère, la limite ombre/lumière marque l'heure solaire sur les points horaires.
  - sur la table, la ligne horaire, tangente à l'ombre de la sphère, indique l'heure solaire.
2. Insérer la plaquette correspondante au mois dans la glissière en positionnant la colonne "décade" du jour en face du repère. Faire pivoter la table pour que l'ombre du gnomon soit dans cette colonne, l'heure solaire est repérée par l'ombre de la pointe entre les courbes horaires. Sur les exemples des croquis ci-dessus on lit 15 h solaire.

— **Cadran de Claude Gahon : « Pivert »**

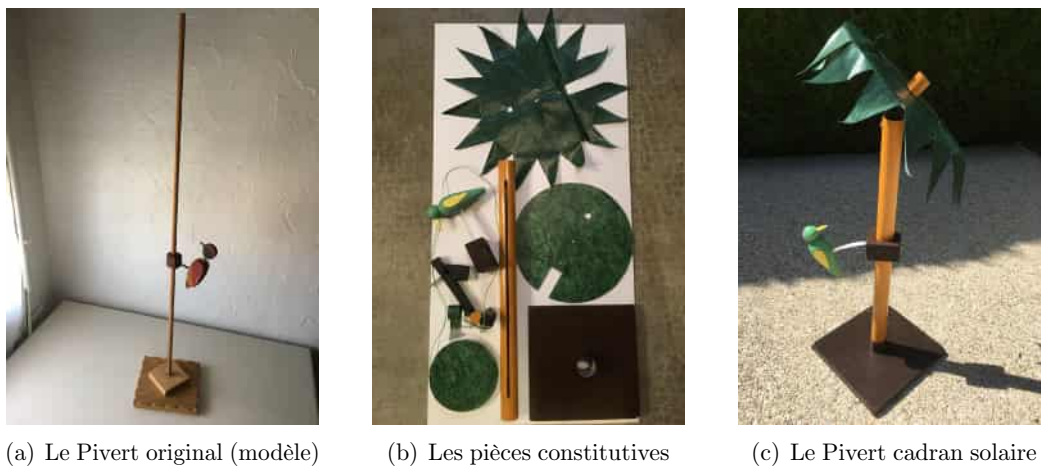
« Pour ce qui est du soleil, pas de manque en ces derniers temps, mais faut reconnaître qu'il tape trop fort et il ne faut pas dépasser les cinq minutes pour des tests extérieurs sous peine d'insolation. C'est donc en ultra rapide que j'ai fait fonctionner ma dernière création. « Pivert »



est directement inspiré d'un jouet bien connu, qui avait fait l'objet d'un travail manuel en classe de 6<sup>e</sup> d'une de nos filles (voir modèle).

À l'époque ( bien lointaine!) je n'avais pas imaginé que cela pourrait me servir d'idée à faire un cadran solaire, car ce que je vous présente est bien capable de vous indiquer l'heure solaire. Regardez la petite vidéo, le « Pivert» descend en balançant le long du « tronc » et s'arrête pile poil là où est marquée l'heure solaire. Étonnant et amusant non ?

Je vous joins une vidéo et quelques photos et croquis pour la compréhension du mécanisme, pas compliqué, mais qui demande une petite procédure de manipulation, sinon ça coince un peu.

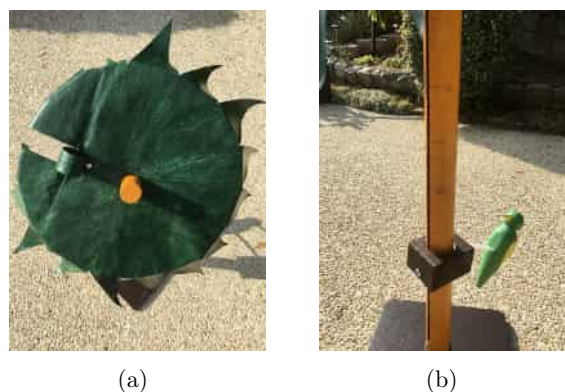


**FIGURE 14** – Cadran de Claude Gahon : *Pivert*.

L'expérience a été réalisée à 14 h 59 heure légale. En zoomant la photo de l'échelle des heures vous devinerez le repère 13 h qui marque la position de l'arrêt de la descente de l'oiseau.

Pour les puristes : Lagny 2<sup>h</sup>73 E soit -11 minutes de correction, 12 juillet eq. temps +5, été correction +2h, en définitive 13 h -11 min +5 min +2 h = 14 h 53 pour 14 h 59. Quelle incroyable précision.

Tout est en matériaux divers de mes stocks de chutes. Hauteur totale 80 cm (un géant!) J'espère que cela vous amusera et vous rappellera peut-être quelques souvenirs d'enfance ».

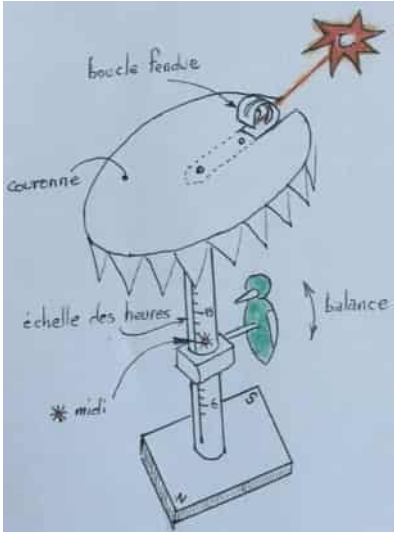


**FIGURE 15** – Partie à orienter (couronne) pour que le Pivert descende le long de la tige et vous indique l'heure

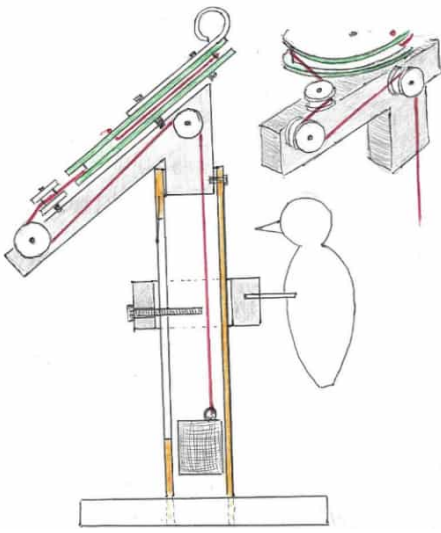
Ma fiche technique :

**C89 — Pivert**

Vue générale



Mécanisme



**Fonctionnement :** Cadran basé sur le principe du cadran équatorial.

1. Tourner la couronne pour que la boucle soit juste face au soleil (c-à-d quand le trait de lumière issu de la fente repasse par la fente opposée et/ou quand l'intérieur de la boucle est totalement ombré).
2. Faire balancer le Pivert, il va descendre le long de l'échelle des heures et s'arrêter à l'heure solaire.

Sur le croquis ci-dessus, on lit 11 h solaire.

**En annexe de la version numérique :**

vous trouverez la vidéo sous le nom :

- b-Pivert 01 vidéo.mov

## 2 Lettres/Courriels gnomoniques

### — Cadran de Saint-Sever (Landes) : Monique Turpin

Lors d'un passage à S<sup>t</sup>-Sever, par jour de beau temps ensoleillé afin de pouvoir prendre dans de bonnes conditions des photos des deux cadrans solaires de l'hôtel de ville et du cadran situé au coin de la place de Verdun, je me suis rendue à la mairie pour avoir plus d'informations. Monsieur Yan Pau Farbos du Service des Archives Municipales a bien voulu répondre à mes interrogations :

« Auriez-vous conservé dans vos archives personnelles des renseignements sur ces trois cadrans, leur date de construction, les noms des personnes à l'origine de ces constructions, les raisons, etc ? Dans le listing de l'association nous n'avons aucune information concernant le cadran de la place Verdun (il n'a pas encore été

répertorié), et nous avons su que le cadran de droite de l'hôtel de ville a été restauré en 2005. Je serai ravie si vous pouviez répondre à ces questions ».

Bonjour Madame (21 janvier 2019)

Cadran solaire privé place de Verdun

Dans les archives, on ne trouvera rien concernant le petit cadran solaire sur un bâtiment privé. On le voit sur la carte postale jointe datant des années 1930.



(a)



(b)

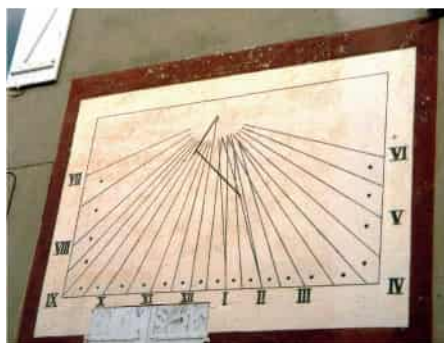
**FIGURE 16** – Mentionné sur les 2 cartes reçues : Cpaphil et [www.delcampe.net](http://www.delcampe.net)

Cadrans solaires façade hôtel de ville

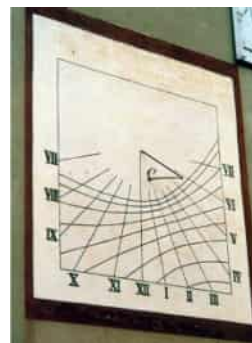
Le cadran d'hiver et le cadran d'été existent dans les années 1930 voir carte postale jointe. Quand la façade a été ré-enduite au début des années 1950, on les a conservés et repeints. Vous pouvez venir aux archives le jeudi matin de 9 h à 11 h pour consulter les archives municipales dont je vous envoie le catalogue. Les archives municipales se trouvent au 2<sup>e</sup> étage de la mairie. Dans le dossier IIM1 vous pourrez peut-être trouver un devis ou une facture concernant la réalisation de ces cadrans.

Je ne crois pas à la très longue recherche sur les registres des délibérations ou sur la presse locale comme la Nouvelle Chalosse.

Yan Pau Farbos



(a) Cadran de gauche : (40282001-03), 2005



(b) Cadran de droite : (40282001-02), 2005

**FIGURE 17** – Photos CCS : Hôtel de ville de Saint-Sever (Landes).

## — Équation du Temps : Gilbert Vincent et Guy Grasic

Suite à la publication de l'article *Variation de l'équation du temps* par Guy Grasic dans Cadran Info n° 41 de mai 2020 (p. 72), notre collègue Gilbert Vincent fait les remarques suivantes : excellent article, très complet et fouillé ! Il est plus difficile de traiter des variations discontinues (années bissextile etc) que des continues. Félicitations à l'auteur. J'ai juste un petit commentaire au sujet des deux phrases de l'article ci-dessous :

« Obliquité : La variation sur un siècle est de  $-0,013$  (environ  $47''$ ), soit en valeur relative  $-5,5 \times 10^{-4}$ .

Excentricité : La variation sur un siècle est de  $-0,000042$ , soit en valeur relative  $-25 \times 10^{-4}$ .

La variation de l'excentricité est donc 5 fois plus importante que celle de l'obliquité ».

Je ne pense pas que l'on puisse comparer les effets en utilisant les valeurs relatives. Que se passerait-il si l'obliquité ou l'excentricité étaient proches de zéro ? D'autre part l'obliquité n'intervient pas directement, mais comme angle de projection (en fait terme principal en  $2 \times \tan(\text{obliquité}/2)$ ).

Ceci est un point tout à fait mineur, qui n'enlève absolument rien à l'intérêt de l'article.

En réponse, Guy Grasic a écrit un complément à son article :

**Complément à l'article : Variation de l'équation du temps (Cadran Info n° 41 octobre 2019).** Dans mon article j'ai voulu montrer, qu'au fil du temps, l'influence de la variation de l'excentricité sur l'équation du temps était plus forte que l'influence de la variation de l'obliquité.

J'ai été un peu aventureux en comparant les variations relatives de l'excentricité et de l'obliquité. En indiquant que la variation de l'excentricité était 5 fois plus importante que celle de l'obliquité, cela laisse croire que l'influence de la variation l'excentricité sur l'équation du temps est 5 fois plus forte que l'influence de la variation de l'obliquité. Ce qui n'est pas exact.

Pour faire une étude sérieuse il faut calculer les valeurs maximales de l'équation du centre et de la réduction à l'équateur. Une première approche consiste à calculer uniquement le premier terme dans les formules et l'équation du centre et de la réduction à l'équateur.

Ce calcul est donné dans l'article *Formules pour le calcul de l'équation du temps* paru dans Cadran Info n° 40 (pages 70 et 71). Sur un siècle, de 2000 à 2100, le terme principal de l'équation du centre diminue de 1,1596 seconde et celui de la réduction à l'équateur de 0,6751 seconde. On peut donc conclure que la variation de l'excentricité a une influence plus importante sur l'équation du temps que la variation de l'obliquité.

Pour un calcul plus précis il faut prendre tous les termes des formules de l'équation du centre et de la réduction à l'équateur données dans l'article cité en référence.

La valeur maximale de l'équation du centre correspond à une valeur de l'anomalie moyenne  $M$  de  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ). Donc :  $\sin M = 1$  ;  $\sin 2M = 0$  ;  $\sin 3M = -1$  ;  $\sin 4M = 0$  et  $\sin M = 1$ .

Cela nous amène à la valeur maximale l'équation du centre :

$$EC_{\max i} = \left( 2e - \frac{e^3}{4} + \frac{5}{96} e^5 \right) - \left( \frac{13}{12} e^3 - \frac{43}{64} e^5 \right) + \frac{1097}{960} e^5$$

En regroupant les termes on a :

$$EC_{\max i} = \left( 2e - \frac{4}{3} e^2 + \frac{28}{15} e^5 \right)$$

Pour le calcul de la valeur maximale de la réduction à l'équateur on procède de la même façon.

La valeur maximale est obtenue pour  $L+C = 135^\circ$  ( $3\pi/4$ ). On aura donc :  $\sin 2(L+C) = -1$  ;  $\sin 4(L+C) = 0$  ;  $\sin 6(L+C) = 1$  ;  $\sin 8(L+C) = 0$  et  $\sin 10(L+C) = -1$ . On peut écrire la valeur maximale de la réduction à l'équateur sous la forme suivante :

$$RE_{\text{maxi}} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{-1^n}{n} \cdot \tan^{2n} \frac{\varepsilon}{2} \cdot \sin \left( n \frac{3\pi}{4} \right)$$

En développant la formule on a :

$$RE_{\text{maxi}} = \tan^2 \frac{\varepsilon}{2} - \frac{1}{3} \tan^6 \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{5} \tan^{10} \frac{\varepsilon}{2}$$

Les valeurs  $EC_{\text{maxi}}$  et  $RE_{\text{maxi}}$ , calculées pour les années 1600, 2000 et 2400, sont indiquées dans le tableau 1.

Les variations des maximums de l'excentricité et de l'obliquité sont calculées par rapport à l'année 2000. Ces variations ont un faible impact sur l'équation du temps.

La rotation du périhélie est de loin le facteur principal de la variation séculaire de l'équation du temps dans le calendrier grégorien.

TABLE 1

année	1600	2000	2400
T	-4	0	4
excentricité	0,016 874 755	0,016 708 634	0,016 538 459
E.C. maxi	464,001 004	459,434 929	454,757 360
variation	4,566 075	0,000 000	-4,677 569
obliquité	23,491 272 900	23,439 291 100	23,387 304 052
R.E. maxi	594,100 080	591,402 350	588,710 955
variation	2,697 730	0,000 000	-2,691 394
ratio $EC/RE$	1,693		1,738

### — Affichage numérique d'informations horaires à partir des signaux GPS : Christian Druon

Suite à la présentation de son appareil GPS (Cadran info n° 41 de mai 2020, p. 54), Ch. Druon informe l'affichage d'informations supplémentaires. Un bouton poussoir permet de présenter successivement les 3 affichages montrés ci-dessous.

**Affichage N° 1 :** Il est identique à l'afficheur de la version précédente : Heure TU, Heure TS, Heure solaire vraie locale (heure du cadran solaire), Équation du temps (*cf.* fig. 18 page suivante).

```

Heures: TU= 09:06:30
        TS= 01:24:51
        solaire= 09:22:18
Eq. Temps= -03min 13s
    
```

FIGURE 18 – Affichage N° 1.

**Affichage N° 2 :** Date, Jour julien, Déclinaison du Soleil, Information sur le nombre de satellites utilisés par le module GPS pour ses calculs (*cf.* fig. 19).

```

Date: 23 / 5 / 2020
Jour julien: 2458993
Decl.SOLEIL: +20° 44'
(Nb satellites: 10)
    
```

FIGURE 19 – Affichage N° 2.

**Affichage N° 3 :** Latitude, Longitude (*cf.* fig. 20).

```

LATITUDE :
50° 36' 44" N
LONGITUDE :
03° 08' 46" E
    
```

FIGURE 20 – Affichage N° 3.

### — Les cadrans de la vallée de l’Ubaye : Françoise Alexandre

Lors de notre réunion de mai 2017 à Strasbourg, madame F. Alexandre nous avait présenté « Zarbula cet inconnu ». Étaient évoqués l’imposition de son nom, les signatures et les éléments d’enquêtes sur ce cadranier du milieu du XIX<sup>e</sup> siècle.

Aujourd’hui, elle nous propose une étude d’une quarantaine de pages sur « Les cadrans de la vallée de l’Ubaye ». Trop important pour être présenté comme article dans Cadran Info, nous avons choisi de l’offrir à nos lecteurs de la version numérique de notre revue.

*Quelques très rares cadrans préservés aujourd’hui sont néanmoins signés, outre le cadran Chaurand évoqué ci-dessus : ainsi celui de Grande Serenne, daté de 1827 et marqué aux initiales de ses propriétaires (époux ou frères), A.R. et S.R., porte également sous la figure des heures l’inscription : Fecit... G.A, initiales donc du cadranier.*



FIGURE 21 – Page 18 de l’article de F. A (Fig 14) : Cadran AR/SR fecit G.A Grande Serenne, 1827. Restauration Bernard Gout. Photo : Michel Lalos.

Nous laissons l’auteur en faire une présentation de son écrit.

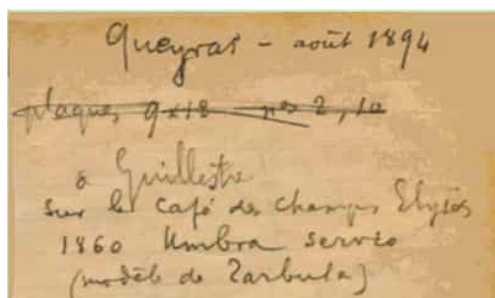
« Cet article présente les conditions de l'apparition et de l'expansion des cadrans solaires dans l'espace très circonscrit de la vallée de l'Ubaye, dans les Alpes de Haute Provence, du bourg du Lauzet à Maurin et Larche, villages situés à la frontière italienne. Cette vallée a l'inconvénient d'être très fermée à époque ancienne : le verrou glaciaire de Méolans à l'Ouest, les cols de Larche, du Longet et de Vars au Nord-Est, d'Allos, de la Bonette ou de la Cayolle au Sud en rendent l'accès difficile, en hiver en tout cas. Mais elle a aussi eu l'avantage d'avoir entretenu grâce à la transhumance et au colportage des relations commerciales régulières avec les métropoles voisines, Turin, Lyon, Marseille, Nice, et d'avoir de ce fait connu une circulation des idées, des savoirs et des savoir-faire dont témoignent entre autres les cadrans solaires. Par ailleurs son enfermement a sans doute joué un rôle important dans la préservation des cadrans anciens, même si hélas beaucoup d'entre eux ont néanmoins disparu.

Il n'est traité ici que des cadrans de l'époque où leur réalisation était liée à leur fonctionnalité, sur une fourchette chronologique qui couvre à peu près un siècle et demi, autant que les traces subsistantes aujourd'hui permettent de le penser et donc d'en penser la création : du milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle aux années 1880. La question des cadrans de création contemporaine n'y est donc pas abordée, ce ne serait pas le même sujet.

L'approche de ce travail n'est pas gnomonique, je ne suis pas physicienne ni experte en appréciation de tracés, et me suis bien gardée d'intervenir dans un domaine qui n'est pas le mien, à l'exception d'une ou deux remarques de détail nécessaires empruntées à l'observation de plus experts que moi sur ces questions. Cette recherche se réclame d'une double approche anthropologique et stylistique, fondée en particulier sur une longue recension d'archives — privées, en accès réservé ou publiques — françaises ou italiennes, dont les pages suivantes ne rendent évidemment pas compte de manière exhaustive. J'ai en particulier choisi ici de « zoomer » sur la Haute-Ubaye, actuellement observatoire le plus fructueux tant du point de vue des archives que de celui des cadrans préservés.

Je remercie Philippe Sauvageot pour son accueil particulièrement bienveillant et Michel Lalos pour sa collaboration active. Qu'ils sachent tous les deux que j'y ai été particulièrement sensible. Mais chacun connaît l'investissement sans faille de l'un et de l'autre au service des cadrans ... »

Françoise Alexandre,  
Professeur émérite, Université de Lorraine,  
Professeur associé, Université du Luxembourg.



*Ci-contre une note datée 1894 de Raphaël Blanchard, premier à s'être intéressé de manière systématique aux cadrans du briançonnais. Il enquête et se renseigne. Blanchard a connu directement les commanditaires de nombreux cadrans qu'il recense. Sa parenthèse — « modèle Zerbola » — indique qu'il sait de source contemporaine que des cadrans ont été réalisés non par Zerbola mais sur le modèle de Zerbola.*

FIGURE 22 – Page 28 de l'article de F. A.

**En annexe de la version numérique :**

Vous trouverez l'article complet sous le nom :

- Les cadrans solaires de la vallée de l – Copie.pdf

— **L'astrolabe : Guy Doriot**

Collectionneur de cadrans solaires, notre collègue G. Doriot a collectionné dans le passé, les astrolabes. C'est ainsi qu'il a écrit un ouvrage de 115 pages sur l'un d'entre eux fabriqué par Abd al a Immah (circa 1632).

Le professeur Owen Gingerich après lecture de son étude lui a confirmé le facteur de cet astrolabe.

Dans cet ouvrage sont présentés :

- La description détaillée de l'astrolabe, l'identification du facteur et la datation.
- Les principes, équations et tracés de l'astrolabe.
- Quelques usages de l'instrument.



**FIGURE 23**

L'ouvrage a été diffusé aux membres de la CCS par « l'Info-mail n° 64\_2020 ». Il est offert en annexe avec en outre « les tables » et un « astrolabe » à réaliser.

« À la page 116 du livre est présenté un tableau indiquant les titres des 17 tables que j'ai construites pour contribuer à l'élaboration du document. Elles sont toutes présentées dans le corps du texte. Bien qu'elles soient toutes réalisées sur Excel (*cf.* fig. 24 page ci-contre), je n'ai pas retrouvé dans mes archives celles numérotées 1 à 9. En revanche celles numérotées de 10 à 17 sont regroupées dans un seul fichier joint. Elles sont accessibles par les onglets de la barre du bas de la feuille.

Par ailleurs, j'ai construit sous Powerpoint un astrolabe virtuel dont on peut faire pivoter l'écliptique ».

**En annexe de la version numérique :**

Vous trouverez :

- Le livret complet : Livre Astrolabe chapitres 1, 2 et 3 – Copie.pdf.
- Le tableur des calculs de l'astrolabe : Tables de Calculs Astrolabe.xlsx.
- L'astrolabe virtuel : Tables de Calculs Astrolabe.ppt.



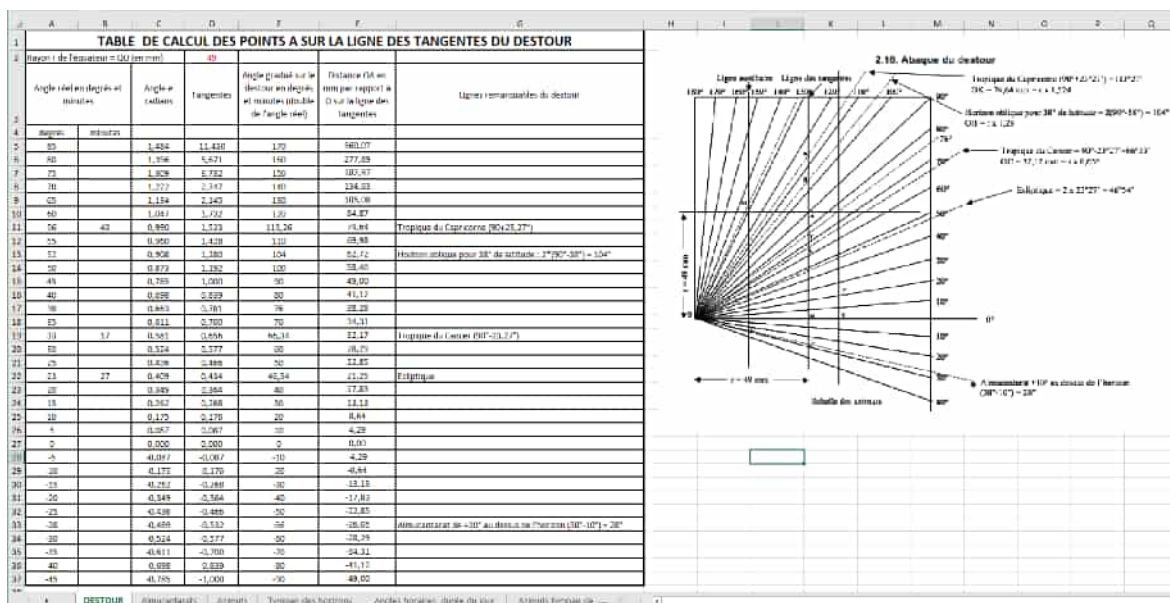


FIGURE 24 – Exemple de table de calcul du fichier Excel.

— Impression en 3D et cadrans solaires : Michel Lambalieu

« Le site très productif All3DP spécialisé dans les réalisations par imprimantes 3D (il y a des créations interpellantes) publie une partie relative à la construction de cadran solaires ».

Sont présentés : un historique et 12 modèles de cadrans. Aux spécialistes avertis de rectifier les approximations gnomoniques.

Get the sun to tell the time for you with these 12 amazing sundial designs.

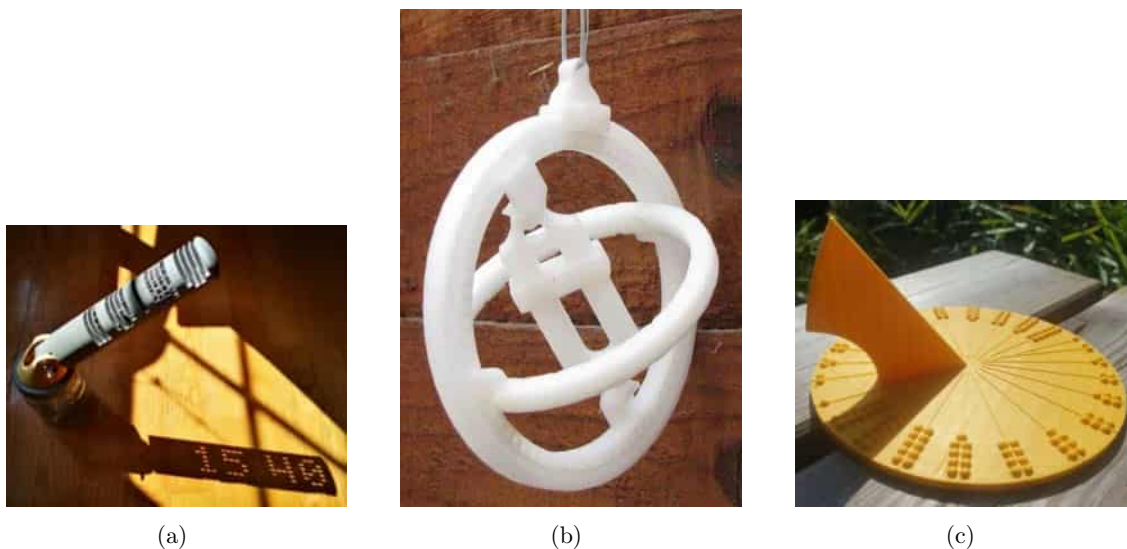


FIGURE 25 – Images issues du site All3DP : 12 amazing sundial designs au 17/7/2020.

## — Cadran solaire de Clavas : Paul Gagnaire

Notre collègue nous communique un petit écrit destiné à la plaquette d'automne « Les Chemins du Petit Patrimoine ». Il s'agit de quelques remarques sur le cadran solaire de l'abbaye de Clavas à Riotord (Haute Loire).

Les angles des lignes horaires apparaissent parfaitement symétriques de part et d'autre de XII heures, donc le tracé est conçu pour un cadran vertical méridional. Or, l'éventail horaire est très largement faux (jusqu'à 10° à 12° pour certaines lignes) et le mur semble décliner légèrement vers le Sud-Est (relevé sur Google Earth). Sans intérêt gnomonique, le décor doit retenir notre attention. Il évoque les armes de la famille de Chaste, mais avec des couleurs inexactes et une devise amputée.



**FIGURE 26** – Cadran sur le site internet de l'Abbaye de Clavas [www.auvergnevacances.com/visiter-auvergne/site-et-chapelle-de-lancienne-abbaye-declavas-riotord/](http://www.auvergnevacances.com/visiter-auvergne/site-et-chapelle-de-lancienne-abbaye-declavas-riotord/)



**FIGURE 27** – Photo de l'inventaire SAF-CCS 2018. Référence : 43163001-1. Photo Jean Rieu.

### En annexe de la version numérique :

Vous trouverez :

- la petite étude concernant le cadran : Cadran solaire abbaye\_bis.pdf.
- l'étude généalogique et héraldique sur la famille de Chaste : Notice généalogique et héraldique.pdf.

## — Passage d'un astre dans un plan : Gilbert Vincent

« Le numéro 41 de *Cadran Info* présente un très bon point sur la mesure de la déclinaison d'un mur. Merci pour cette excellente initiative. On y évoque la méthode qui consiste à observer le passage d'un astre dans le plan du mur (page 111). Si le mur est vertical, il existe une relation très simple lorsqu'il est possible d'observer les passages côté Est et côté Ouest. Elle a sans doute été publiée dans *Cadran Info* et dans la littérature, mais personnellement je n'en ai pas vu la trace.

En utilisant les conventions usuelles de déclinaison du mur et d'angle horaire comptés à partir du Sud, si «  $H_1$  » et «  $H_2$  » sont les deux angles horaires des observations du matin et de

l'après-midi, et « Lat », la latitude, la déclinaison « D » respecte :

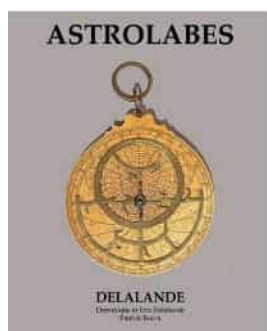
$$\tan D = \sin(\text{Lat}) \tan \left( \frac{H_1 + H_2}{2} \right)$$

La relation est indépendante de la déclinaison de l'astre, mais nécessite évidemment que cette déclinaison soit positive, sinon il ne peut y avoir qu'un passage. Elle peut être utilisée avec le Soleil, mais aussi la pleine Lune, ou une étoile ou planète ».

### 3 Les derniers livres

« **Astrolabes** » en deux volumes écrit en français et en anglais a été publié dernièrement par la galerie Delalande ; [www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-astrolabes-delalande-2020-v2.html](http://www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-astrolabes-delalande-2020-v2.html).

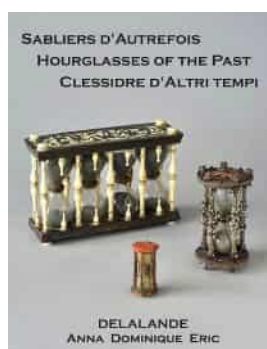
Prix affiché départ boutique : 220 euros, prix spécial membres CCS/SAF départ boutique : 195 euros (référence notre info-mail n° 67, 2020). Frais d'expédition indiqués sur le site.



- *Volume 1* : Partie 1 : quelques éléments sur la connaissance du Cosmos (la naissance du système solaire / les mécanismes célestes / la projection stéréographique).  
Partie 2 : la transposition à l'astrolabe (étoiles, constellations, zodiaque & tables d'étoiles / qu'est ce qu'un astrolabe ? / principales utilisations d'un astrolabe / origine, authenticité et datation des astrolabes).
- *Volume 2* : Partie 3 : les instruments (astrolabes planisphériques) / les instruments apparentés (saphea / quadrants / Navicula). Partie 4 : Annexes / Tableaux (tableaux des constellations / coordonnées de 85 étoiles dans les trois systèmes / positions de 49 étoiles) / Références — Bibliographie et Musées (livres et articles généraux / Musées et principales collections), répertoire des figures.

« **Sabliers d'Autrefois** », un livre dédié à ces objets d'autrefois dans le cadre de l'exposition « Sabliers d'Autrefois » durant laquelle 110 sabliers du 15<sup>e</sup> au 19<sup>e</sup> siècle ont été présentés par la galerie Delalande ; [www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-sabliers-autrefois-v2.html](http://www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-sabliers-autrefois-v2.html).

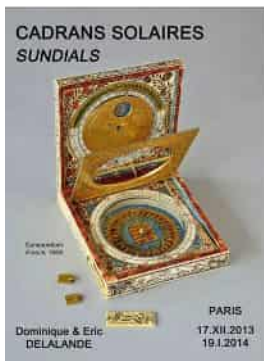
Prix affiché départ boutique : 100 euros, prix spécial membres CCS/SAF départ boutique : 85 euros (référence notre info-mail n° 67, 2020). Frais d'expédition indiqués sur le site.



*Sommaire* : Historique / Sabliers et vanités / Le sablier à la mer, une nécessité vitale / Les sabliers de loch / La fabrication d'un sablier (montures, fioles et ampoules, sables) / Le mystère de l'écoulement régulier du sable / Les grandes familles, marques, signatures et provenances / Remarques / Sabliers (exposés) / Chronologie / Quelques sabliers à taille réelle / Références bibliographiques.

« **Cadrans solaires** » publié en 2014 (pour rappel) : [www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-cadrans-solaires-v2.html](http://www.antiquites-delalande.fr/livres-marine-sciences/livre-cadrans-solaires-v2.html)

Prix affiché départ boutique : 120 euros, prix spécial membres CCS/SAF départ boutique : 100 euros (référence notre info-mail n° 67, 2020). Frais d'expédition indiqués sur le site.

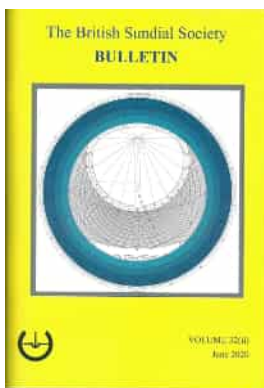


Le livre a été édité en 2014 dans le cadre de l'exposition Delalande sur les « Cadrans solaires de poche et de table allant de la Renaissance au XVIII<sup>e</sup> siècle ».

*Au sommaire* : les cadrans de la Renaissance, les cadrans à fil-axe, les cadrans horizontaux, les cadrans de Nuremberg, les cadrans équinoxiaux, les cadrans analemmatiques, les cadrans inhabituels, glossaire.

## 4 Gnomonique du monde

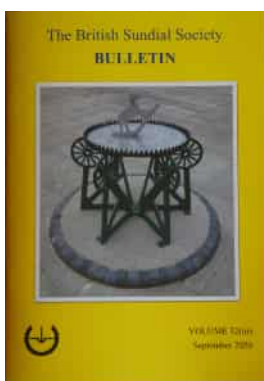
### Sommaires des dernières revues ou bulletins :



#### **BULLETIN, Volume 32, N° 2, juin 2020** (sur papier) de **THE BRITISH SUNDIAL SOCIETY, BSS**

[[sundialsoc.org.uk](http://sundialsoc.org.uk)]

1. Editorial. 2. Thomas and Joshua Mann : Engravers and York Virtuosi — *John Davis*. 7. Holiday Snaps — *JD*. 8. A Village Sign and a Sundial in Lancashire — *Irene Brightmer*. 10. Restoration of the Drummond Castle Obelisk Sundial. Part 2 : Conservation and Restoration Work — *James Tate, Gracie/a Ainsworth and Alastair Hunter*. 18. Newly Reported Dials, 2019 — *John Foad*. 24. A Bentley Gnomon — *JD*. 25. In the Footsteps of Thomas Ross. Part 31 : East Coast Obelisks — *Dennis Cowan*. 30. Postcard Potpourri 51. Butley Priory, Suffolk — *Peter Ransom*. 31. Reader's Letter — *Le Conte*. 31. Who was EC? — *JD*. 32. Two Double Horizontal Sundials Constructed at the Jesuit Academy in Polotsk, Belarus — *Maciek Lose*. 43. New Books — *JD*. 44. A Freshly excavated Sundial from Antiquity Found in Turkey — *John Davis*.



#### **BULLETIN, Volume 32, N° 3, septembre 2020** (sur papier) de **THE BRITISH SUNDIAL SOCIETY, BSS**

[[sundialsoc.org.uk](http://sundialsoc.org.uk)]

1. Editorial. 2. The Hardy Dial's Homecoming — *Graham Stapleton*. 4. St George's Chapel, Windsor Castle — *John Davis*. 5. Postcard Potpourri 52 : Friar Park, Henley-on-Thames — *Peter Ransom*. 5. Yew Tree Sundial — *JD*. 6. Minor Mysteries of the Brockwell Park Sundial — *Christine Northeast*. 9. A Merman Gnomon — *JD*. 10. Cylinder Dials in the History of Ottoman Astronomy — *Gaye Danisan*. 15. Summer Solstice and a Silver Sundial — *Alastair Hunter*. 16. In the Footsteps of Thomas Ross. Part 32 : The West Lothian Sundials — *Dennis Cowan*. 19. A French Motto — *JD*. 20. Obituary : David Young 1927–2020 — *Douglas Bateman*. 21. Obituary : Gordon Ernest Taylor 1925–2020 — *John Davis*. 22. Obituary : Alan Smith 1925–2020 — *John Davis*. 23. Using the Position of the Sub-Nodus Point to Determine the Declination of a Wall — *Frank H. King*. 26. Readers' Letters — *Turner, Foad*. 27. Ivory Sundials in France, a Note — *Anthony Turner*. 28. Sunshine in Bedlington. On the last of the very last — *Tony Moss*. 29. Pilkington & Gibbs Type 6 Heliochronometer — *JD*. 30. Sundials in North Island, New Zealand — *Douglas Bateman & Rosaleen Robertson*. 35. A Benoy Sundial at the British Horological Institute's Museum of Timekeeping — *John Wilson*. 36. Two Metal Detecting Finds — *Sue Mansion*. 38. A Sundial Face Mask — *Frank H. King*. 40. Italian Hours – Che Ore Sono? — *Frank H. King & Christine Northeast*. 42. The Horizontal Mass Dial at Munkeby Abbey, Norway — *Johan A. Wikander*. 46. BSS Photographie Competition 2020 — *David Hawker*.



**La BUSCA de PAPER, N° 95, Printemps 2020** (sur papier et CD) de la **SOCIETAT CATALANA DE GNOMONICA, CSG** [[www.gnomonica.cat](http://www.gnomonica.cat)]

Reflexions en vers, per *Anna Gual*, p. 3. Editorial, p. 3. El rellotge del manicomi de Jesús, per *Ma Rosa Boyer*, p. 4. Casa del Rellotge de Sol d'Oliva, per *José Fenollar*, p. 6. Aclariments i Fe d'errates, p. 7. Entrevista al Dr. *Agustí Serés*, p. 8. Racó Poètic, "Solstici" de *Miquel Martí i Pol*, p. 10. Rellotges de sol a la Lluna, per *Eduard Farré*, p. 11. El Rellotge de Sol del Sucre, per *Gabriel Guix*, p. 14. Col·laboracions : Una guia, p. 15. Tres planetaris catalans (1835, Ca.1880 i 1989), per *Eduard Farré*, p. 16. A Toni Garriga, per *Concita Bou*, p. 21. Taller de Bricolatge (15), per *Francesc Clarà*, p. 22. Rellotges de Jarafuel, per *Ma Rosa Boyer*, p. 24. El rellotge de sol múltiple de Renieblas, per *Pedro Novella*, p. 26. Un nou rellotge de sol a Barcelona, per *Vicent Aragonès*, p. 28. English Abstracts, p. 29. Resúmenes en español, p. 30. Filatèlia (V), de la col·lecció F. Rocha, Eivissa, p. 31.



**La BUSCA de PAPER, N° 96, Été 2020** (sur papier et CD) de la **SOCIETAT CATALANA DE GNOMONICA, CSG** [[www.gnomonica.cat](http://www.gnomonica.cat)]

Reflexions, per *Joan Olivares*, p. 3. Editorial, p. 3. Del sistema de quantitats per unitat i la gnomònica, per *Rubén A. Calvino*, p. 4. Mitologia clàssica i astronomia (I), per *Josep Ma Casals*, p. 12. Fons documental de la SCG, p. 15. El rellotge de sol de Yabashi, per *Frans Maes*, p. 16. Col·laboracions : Una guia, p. 17. Restauració dels rellotges de Santa Maria de Falces, per *Pedro Novella*, p. 20. Notícies de la SCG, p. 23. Taller de Bricolatge (16), per *Francesc Clarà*, p. 24. Nou rellotge de sol a Xodos, per *Ernest Nabàs i Vicent Aragonès*, p. 26. Notícies del Segrià, p. 27. Nou rellotge de sol a Otos. L'any Deu, per *Joan Olivares*, p. 28. English Abstracts, p. 29. Resúmenes en español, p. 30. Filatèlia VI, de la col·lecció F. Rocha, Eivissa, p. 31.



**THE COMPENDIUM, Vol. 27, N° 2, juin 2020** (sur papier et CD) de la **NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY, NASS** [[www.sundials.org](http://www.sundials.org)]

Sundials for Starters — Some Solar Alignments, *Robert L. Kellogg*, p. 1. Separating Time From Geometry For A Large Class of Sundials Using Complex Numbers, *D. B. Nguyen*, p. 5. Ottoman Sundials, *Gianni Ferrari*, p. 10. OpenSCAD Tutorial : Models using Shadow Planes, *Steve Lelievre*, p. 19. Sighting : a sundial at the historie Bryan Mullanphy School. . . , *Don Snyder*, p. 25. Stanzas Written on a Sun Dial in Gainsford Church Porch, *William Lamb* (ca. 1829), p. 26. The folded planar vertical deviating sundial — a noteworthy type, *Ortwin Feustel*, p. 27. Digital Bonus, p. 39. The Tove's Nest, p. 40.



**THE COMPENDIUM, Vol. 27, N° 3, sept. 2020** (sur papier et CD) de la **NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY, NASS** [[www.sundials.org](http://www.sundials.org)]

Sundials for Starters — Analematic Sundial Construction, *R.L. Kellogg*, p. 1. Digital Bonus, p. 6. The Heliodrome and the Lighting of Flat Dials, *Fabio Savian*, p. 7. Laying Out a Horizontal Sundial Using Pierre's Method, *Michel Steiner*, p. 15. Heavenly Mathematics — The Forgotten Art of Spherical Trigonometry (Book Review), *Brian Albinson*, p. 20. Spherical Trigonometry Revisited — A Gnomonics Versus Navigation Perspective, *Erwin Wechsler*, p. 21. Precession : A Review, *Don Petrie*, p. 27. The Silver Creek Solstice Dial, *Chuck Nafziger*, p. 34. 2020 Photography Competition, *inside Back Cover*.



**OROLOGI SOLARI N° 22, août 2020, de la CGI – Coordinamento Gnomonico Italiano à télécharger sur le site : [www.oroilogisolari.eu]**

P. 6 : Un “quasi” Orologio Solare antico da Altino romana, *Albéri Auber Paolo, Ridolfo Renis*. P. 13 : Orologi a riflessione : un aggiornamento, *Casalegno Gianpiero*. P. 23 : Un orologio solare a riflessione, *Ferro Milone Francesco*. P. 26 : Meridiana a riflessione a camera oscura alla Baita delle Meridiane, *Giongo Mauro*. P. 31 : Il quadrante verticale descritto da Andrea Schoener, *Gunella Alessandro*. P. 40 : Traduzioni dalla Margarita Philosophica, *Gunella Alessandro*. P. 42 : L'ing. Garnier ci fa sperimentare la retrogradazione dell'ombra, *Redazione*. P. 49 : Orologio modello Trittico, *Sangiuseppe Pietro*. P. 52 : Orologi d'altezza declinanti, *Sawyer Fred*. P. 64 : Sistemi orari a confronto, *Stocco Elsa*. RUBRICHE : P. 73 : Contributi brevi. Le buse de San Giacomo Giongo Mauro. P. 74 : Itinerari gnomonici. P. 81 : Rassegna riviste di gnomonica. P. 89 : Gnomonica nel web. P. 90 : Pubblicazioni. P. 92 : Quiz.



**SONNE + ZEIT n° 59, juillet 2020 (sur papier) du Groupe de travail pour les cadrans solaires de l'OSTERREICHISCHE ASTRONOMICAL SOCIETY**

P. 4 — *Zahlen am Strich als Stundenbezeichner*. *Karlheinz Schaldach*, Schlichtern (Deutschland). Obereine vergessene Zahlenschreibweise, die vom 14. bis zum 19. Jahrhundert auch bei Sonnenuhren in Gebrauch war. P. 10 — *Sonnenwege — eine Zeitstation in Steinen*. *Walter Hofmann*, Wien, und *Adi Prattes*, Kèitschach. Man beobachtet die Sonne und erlebt die Zeit. P. 17 — *Zum Nachdenken*. *Kurt Descovich*, Wien. Geisterhaftes bringt Gnomoniker zum Nachdenken. P. 17 — *Losung der letzten Nachenkaufgabe*. *Kurt Descovich*, Wien. Die Krux mit der Datumsska/a. P. 18 — *Sonnenuhren und Radlinien*. *Walter Hofmann*, Wien. Radlinien begegnen wir wiederholt in Naturwissenschaft und Technik; wir finden sie auch in der Gnomonik! P. 20 — *Die Sonnenuhr als Monduhr*. *Kurt Descovich*, Wien. Ein bisschen. Mondphasenwissen" genügt, und wir können nachts bei Mondlicht auf Sonnenuhren ganz gut die Uhrzeit schätzen.



**Bulletin 2020.2, n° 133, juin 2020 (sur papier) de la Nederlandse Zonnewijzerkring et de la Zonnewijzerkring Vlaanderen**

P. 2 : Bijeenkomsten, *Secretariaat*. P. 3 : Voorwoord, *Redactie*. P. 4 : Van het NL-bestuur, *Secretariaat*. P. 4 : Wedergeboorte van zonnewijzer in Voorschoten, *Redactie*. P. 5 : 19de eeuwse grafiek in dienst van de tijdsvereffening, *André Reekmans & Paul De Paepe*. P. 6 : Zomerexcursie 2020/2021. Een virtuele rondleiding langs zonnewijzers in de Utrechtse binnenstad; *Astrid van der Werff & Hans Stikkelbroeck*. P. 12 : Het programma SunCalc, *Hans Schipper*. P. 14 : Kleurige zonnewijzer in Oosterbeek, *Redactie*. P. 15 : Nog eens de Europese tijd, *Frans Maes*. P. 15 : Unieke hoepelsfeer in Berg en Dal, *Redactie*. P. 16 : Een zonnewijzer in Burcht (B) krijgt een tweede leven, *Patric Oyen*. P. 18 : Eindelijk zelf een zonnewijzer, *Gerard van den Braak*. P. 20 : Gnomonica en filatelie — Deel 2 : Duitsland, *Eric Daled*. P. 24 : Een originele bifilaire zonnewijzer met spiraalvormige draden, *Francesco Baggio*. P. 27 : Projectie van een equatoriale zonnewijzer naar een horizontaal vlak, *Han Hoogenraad*. P. 31 : Antieke scaphe-zonnewijzer gevonden, *Frans Maes*. P. 32 : Puzzel : Wandelende zon en bezonning zuidwijzer, *Frans Maes*. P. 34 : Contents of this issue, *Redactie*.



**Bulletin 2020.3, n° 134, sept. 2020** (sur papier) de la **Nederlandse Zonnewijzerkring** et de la **Zonnewijzerkring Vlaanderen**

P. 2 : Bijeenkomsten, *Secretariaat*. P. 3 : Voorwoord, *Hans Stikkelbroeck*. P. 4 : Van het NL-bestuur, *Secretariaat*. P. 4 : Kringleven 51° N, *Eric Daled*. P. 4 : De Zonnewijzerkring op Facebook, *Astrid van der Werff*. P. 5 : De zonnewijzerdetective in Ampsen, *Hans Schipper*. P. 8 : De meridiaanlijn van Quetelet in Antwerpen, *K.J. Van Camp*. P. 14 : De derde Dam-zonnewijzer, *Frans Maes*. P. 17 : De zonnewijzerdatabase op de gsm/iphone, *Thibaud Taudin Chabot*. P. 18 : Gnomonica en filatelie — Deel 3 : Europa (1), *Eric Daled*. P. 22 : Westafwijkende zonnewijzer in Zuidlaren, *Gerard van den Braak*. P. 24 : Ook Ankeveen heeft nu een zonnewijzer, *Peter de Groot/Frans Maes*. P. 25 : Van Wiskundedagen naar de Yabashi-zonnewijzer, *Frans Maes*. P. 30 : Verticale zonnewijzer met twee poolstijlen — deel 2, *André Reekmans*. P. 32 : Puzzel : Bezinning zuid- en noordwijzer, *Frans Maes*. P. 34 : Contents of this issue, *Redactie*.

↪ Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique. ←↵

**This heading is open at every gnomonic society**

Pour utilisation personnelle, des articles peuvent être numérisés et envoyés à nos membres par mails, téléchargement ou par courrier (prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant le poids.)

Réalisation : **Dominique Collin** (mise en forme & traitement L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X) et **Philippe Sauvageot**.

Informations arrêtées en septembre 2020.



## CADRAN INFO

publié par la Commission des Cadrons Solaires (CCS) de la Société Astronomique de France (SAF) est une revue spécialisée dans l'étude et la présentation des instruments de mesure du temps tel que : les cadrans solaires, les astrolabes et nocturlabes.

**CADRAN INFO** regroupe la majorité des présentations faites lors des deux réunions annuelles de la CCS ainsi que des articles reçus en cours d'année. La revue est adressée gracieusement aux associations gnomoniques avec lesquelles nous sommes en relation en Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse.

**CADRAN INFO** est devenu au cours des années UNE référence en matière d'études, de techniques, de méthodes, pour certaines totalement inédites. La liste des articles publiés depuis l'origine est fournie sur demande.

**CADRAN INFO** paraît en mai et en octobre sous forme : papier (N&B ou en couleurs), numérique avec annexes en bonus (CD ou téléchargement).

Pour toute commande, abonnement. . . si vous êtes membre de la CCS contacter Ph. Sauvageot sinon adressez-vous au secrétariat de la SAF :

[secretariat@saf-astronomie.fr](mailto:secretariat@saf-astronomie.fr)

Ph. Sauvageot

Président de la commission des cadrans solaires

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les auteurs qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues *L'Astronomie* ou *Observations & Travaux* devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos. . . ne sont pas retournés après publication.
- ◆ Les articles<sup>2</sup> sont à envoyer à Ph. Sauvageot par mail ou sur CD-Rom/DVD PC (sous format : .doc, .docx, .odt, Excel *ET* sous PDF), éventuellement sur papier.

---

2. Police : « **Times New Roman** », taille : 12, interligne : simple, marges : 2,5 cm avec en-tête et pied de page. Pour les formules ne pas utiliser « symbole » mais insertion « caractères spéciaux » sous Times New Roman.



- 
- MOOC : Massive Open Online Course, 76
- CCS : Commission des Cadrons Solaires, 76, 77, 79–82, 91
- GPS : Global Positioning System, 174
- IGN : Institut Géographique National, 76, 77
- IMCCE : Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides, 89, 90
- al Marrakuchi, 103
- al-Battani, 53
- al-Khammad, 53
- al-Kwarizmi, 53
- al-Qabisi, 48
- Alcabitus, *voir al-Qabisi*
- Alexandre VI (Pape), 45
- Alexandre, Française, 174
- Alix, Brigitte, 159
- Almicantar, 47, 48, 52, 143
- Année
- Sidérale, 53
  - Tropicque, 53
- Anomalie
- excentrique, 149
  - vraie, 149
- Anselmi, Riccardo, 83
- Arnaldi, Mario, 120
- Ascension droite, 149
- Astre, J.-L., 83
- Astre, Jean-Luc, 84
- Astrolabe, 176
- Astrolabe quadrant, 147
- Barocci, Simone (1525–1608), 96
- Bède le Vénéral, 18
- Beneult, Dominique, 18
- Berçu, Jean-Claude, 123
- Berriot, Sébastien, 79, 81
- Bianchi, Silvano, 61
- Blateyron, François, 79, 80, 83, 86, 89
- Bonet de Lattès (1450–1510/14) (ou Jacob ben Emanuel Provinciale), 45–58
- Bonnin, Jérôme, 117
- Borja, Rodrigo de (1431–1503), 45
- Bourne, William, 19
- Bovelles, Charles de, 45
- Brouscon, G., 20
- Brueghel, Jan, 117
- Busto, César, 44, 86, 89
- Cadran solaire
- à Beaucamp-Ligny (59 056), 163
  - à Guillestre (05), 164
  - à réfraction, 92–98
  - à rétrogradation, 94
  - à style en cylindre spiralé, 153–158
  - à Réflexion, 23–41
  - Analemme, 72, 73
  - Bague astrolabe, 45–58
- Canonial
- à Bersabée (Palestine), 120
  - à Bishopstone (GB), 120
  - à Donnemary-Dontilly (77), 121
  - à Saint-Yrieix-la-Perche (87), 120
  - à Suèvres (41), 121
  - à Taurisano (It), 121
  - à Tulle (19), 120
  - Abbaye d’Acquafredda (It), 121
  - Abbaye de La Tenaille (17), 121
  - de Guénelon (Treigny), 118
  - Grabern (Autriche), 121
  - Ponte Vecchio (Florence, It), 121
- Capucin, 100
- d’Achaz, 94
- de l’abbaye de Clavas (Riotord, Haute-Loire), 178
- Double cadran de B. Scott, 160
- Éclairement, 69–70
- en projection orthographique, 98
- Équinoxial, 18–22
- Horizontal à réfraction, 97
- Plan déclinant et incliné, 23–44
- Portable de Mayence, 100–112
- Portable de Ponteilla, 100, 112–117
- S<sup>t</sup>-Michel-l’Observatoire, 162
- Scaphé à réfraction, 95
- Vertical déclinant, 143
- Vovelle (Jacques Delvaux (1583)), 22
- Calculateur de marée, 18–22
- Cambefort, Pierre-Louis, 90
- Camerota, Filippo, 92
- Carthage, 113, 114
- Cercle
- d’azimut, 146
  - de déclinaison, 141
  - de hauteur, 142
  - horaire, 142
  - horizon, 140
- Champagnat, Marcellin (1789–1840), 163
- Chombart de Lauwe, Anne & François, 162
- Collin, Dominique, 23, 80
- Cortes de Albarcar, Martin, 18
- Courbe
- anti-clothoïde, 154
  - diurne, 148
  - toroïde, 26–41
- Cousin, Marie-Odile, 164
- Cura, Bernard, 160
- Dauchet, Élisabeth & Bruno, 162
- Davis, Theodore M. (1838–1915)), 124, 125
- Déclinaison
- Gnomonique, 41, 179
- Delalande, Dominique & Éric, 179, 180
- Descartes, René (1596–1650), 92
- Diagramme
- d’enseillement, 138–147
- Doriot, Guy, 176
- Drecker, Joseph (1856–1931), 100, 103–107, 114
- Druon, Christian, 163, 164, 173
- Dupré, Sven, 94
- Équation
- de Képler, 151
  - du centre, 172
  - du temps, 71–74, 148–152, 172, 173
- Excentricité, 98, 148, 172
- Ezra, Abraham ibn, 48
- Féau, Nicolas, 123
- Farbos, Yan Pau, 171

- Gagnaire, Henri, 41  
Gagnaire, Paul, 88, 178  
Gahon, Claude, 165, 167, 168  
Glory, André (Abbé), 120  
Grasica, Guy, 172  
Gunther, Robert William Theodore (1869–1940), 46
- Hakhébi, 127  
Hartmann, Georg (1489–1564), 95  
Heure  
*Horæ erraticæ*, 48, 51  
*Inaequalis*, 51  
Babylonique, 159  
Canoniale, 119–121, 123  
d'enselement, 136  
de jour et de nuit, 124  
de la pleine mer, 18  
de prière, 120  
Erratiques, 48  
Établissement du port, 21  
Inégale, 51, 53, 102, 103, 105, 106, 108  
Italique, 159  
Légale, 153  
Lunaire, 161  
Moyenne, 155, 157  
Nocturne, 129  
Solaire, 155, 161  
Vraie, 18, 20
- Horloge astrolabique, 123, 152  
Horologie, 125
- Immah, Abd al a (circa 1632), 176  
Inclinaison, 41  
Indice de réfraction, 92, 98  
Inventaire SAF-CCS  
Cadran de Clavas, 43163001-1, 178  
Cadran de Grande Serenne (1827), 174  
Hôtel de Ville, S<sup>t</sup>-Sever (Landes) 40282001-02 – 2005, 171  
40282001-03 – 2005, 171
- Képler, Johannes (1571–1630), 151  
Kircher, Athanase (1602–1680), 92  
Kortaba, Jérôme, 117
- Léotaud, Vincent, 159  
Lalos, Michel, 83, 118, 164  
Lambalieu, Michel, 160, 177  
Leybourn, William, 92  
Logiciel  
Astro-Gno, 87, 88  
Asymptote, 23  
CadSol, 83  
Calcad, 83  
Cartesius Mirror, 83  
Excel, 43, 70, 176  
Geoportail (web), 76, 77  
Gnomonic Photo, 44, 86  
Google Earth, 76, 77, 178  
JSesh, 127, 130  
Libre Office Calc, 70  
LunaSolCal, 77, 89  
MC-Cadran solaires, 85  
Open Office Calc, 70  
OriCad, 44  
ParCad, 86  
Photoshop, 86  
PowerPoint, 176  
RedPer, 86  
Shadows Expert, 89  
Shadows Pro, 79, 83, 86  
Shadows, 80, 83  
Sol Et Umbra, 78  
Solal-Cad, 83  
Solar Info, 89  
Sun Position, 78  
TpSol, 81, 163  
TriSph, 88
- Longitude  
écliptique, 149, 150  
du périhélie, 148
- Maignan, Emmanuel, 93  
Marchal, André, 68  
Massé, Yvon, 44, 81, 83, 86–88, 163  
Mercier, Éric, 45  
Mesturini, Giorgio, 59  
Mills, Allan A., 94  
Musée  
archéologique de Florence (It), 130  
Baltimore (États-Unis), 128  
Côme (Italie), 121  
des Beaux-Arts (Limoges), 125  
du Louvre (Paris), 117  
du Petit Palais (Paris), 123  
Galileo, Florence, 96  
Landesmuseum (Mayence), 100  
Marmottant-Monet (Paris), 58  
Musée des Offices de Florence, 45
- Nakht, 124
- Obliquité de l'écliptique, 148, 172, 173  
Oddi, Muzio (1569–1639), 92  
Oilleton, 26–41, 48  
Opizzo, Yves, 88  
Ozanan, Jacques (1640–1718), 92
- Paskoff, Marie-Claude, 159  
Pau de S<sup>t</sup>-Martin, Alexandre, 58  
Périhélie, 149  
Portbail, 19  
Prévost, Pascal, 85  
Projection  
stéréographique, 138–147  
Ptolémée, 92, 103
- Réduction à l'équateur, 172  
Réfraction, 93–95, 97  
Revue  
BBS, vol. 32 : n° 2, 180  
BBS, vol. 32 : n° 3, 180  
Cadran Info, n° 09, 44  
Cadran Info, n° 10, 44, 151  
Cadran Info, n° 11, 87, 90  
Cadran Info, n° 18, 87  
Cadran Info, n° 19, 95  
Cadran Info, n° 26, 24  
Cadran Info, n° 30, 87  
Cadran Info, n° 35, 155  
Cadran Info, n° 36, 124  
Cadran Info, n° 37, 124  
Cadran Info, n° 38, 87, 160
- Cadran Info, n° 39, 71, 72, 76–79, 137, 146  
Cadran Info, n° 40, 23, 24, 28, 84, 151, 172  
Cadran Info, n° 41, 80, 87, 151, 172, 173  
Cadran Info, n° 42, 78  
Cadran Info, n° spécial 2012, 81  
L'Astronomie, n° 74, 129  
La Busca de Paper, N° 95, Printemps 2020, 180  
La Busca de Paper, N° 96, Été 2020, 181  
Orologi Solari, n° 22, 182  
Sonne+Zeit, n° 59, 182  
The Compendium, vol. 27 : n° 2, 181  
The Compendium, vol. 27 : n° 3, 181  
Zon & Tidj, 2020.2 : n° 133, 182  
Zon & Tidj, 2020.3 : n° 134, 182
- Reymann, Francis, 69, 71, 77  
Rocca, Patrick, 179, 180  
Rodriguez-Arribas, Josefina, 45–58  
Rossum, G. D. von, 120
- Sachse, Julius F. (1842–1919), 94  
Sadler, Philip M., 94  
Sauvageot, Philippe, 75  
Savoie, Denis, 92, 100, 119, 159  
Schönberger, Georg (1597–1645), 92  
Schlieben, A., 100, 102  
Schlisser, Christopher (1531–1608), 94  
Scott, Benjamin, 160  
Severino, Nicola, 95  
Snell–Descartes (loi), 92  
Stöffler, 54  
Souchu, Laurent, 162  
Sundial Atlas  
Église S. Lorenzo, Turin  
IT002076, 62  
Castagnole Monferrato  
IT010745, 65  
Crescentino  
IT010599, 67  
Moncalvo  
IT010064, 65  
IT014444, 67  
Montafia  
IT014356, 65  
Montemagno  
IT010170, 65  
Montiglio Monferrato  
IT006564, 61  
IT006600, 66  
IT010065, 64  
IT010116, 66  
IT010118, 66  
IT010191, 65  
IT010787, 65  
IT010793, 65  
Motta de Conti  
IT016665, 67  
Murisengo  
IT010762, 66  
Pino Torinese  
IT007676, 66  
Robella  
IT010731, 66  
Soglio

IT010936, <a href="#">67</a>	Trondheim (Norvège), <a href="#">165</a>	Wallingford, John de, <a href="#">18</a>
Villa San Secondo	Turner, Anthony J., <a href="#">95</a>	Waters, David W., <a href="#">22</a>
IT010220, <a href="#">67</a>	Turpin, Martine, <a href="#">58</a>	
Villanova d'Asti	Turpin, Monique, <a href="#">117</a> , <a href="#">170</a>	
IT010932, <a href="#">67</a>		
Tebenghi, Mario (1922–2019), <a href="#">59–68</a>	Vincent, Gilbert, <a href="#">132</a> , <a href="#">138</a> , <a href="#">148</a> , <a href="#">172</a> , <a href="#">178</a>	Zarbula, <a href="#">174</a>
Tetiànk, <a href="#">130</a>	Vogüe, Dom Adalbert de, <a href="#">120</a>	Zweifel, Yves, <a href="#">153</a>
	Volvelle, <a href="#">161</a>	

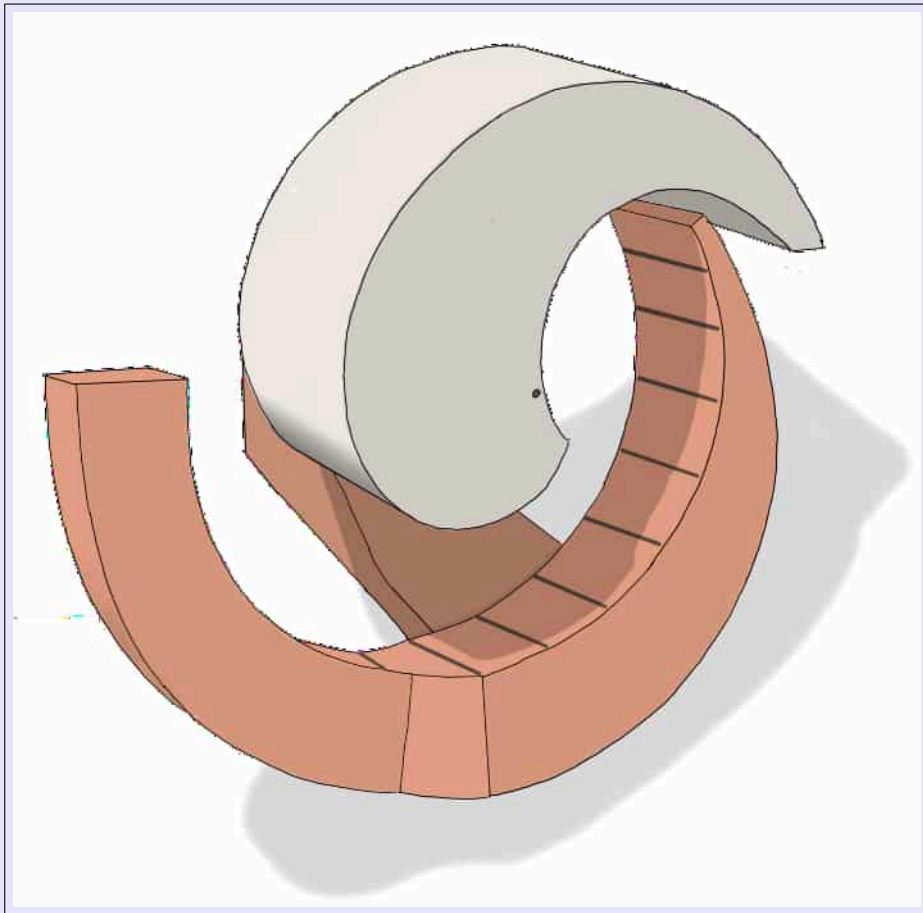


Photo fournie par Y. Zweifel

**Cadran solaire à style en cylindre spiralé**